PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 24. 1. Dezember 1912. 13. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 25 am 30. November 1912.

INHALT:

Originalmitteilungen:

G. S. Fulcher, Spektren von Entladungen niedrigen Potentials in Luft und Wasserstoff. S. 1137.

J. Ishiwara, Das photochemische Gesetz und die molekulare Theorie der Strahlung. S. 1142.

F. Aigner u. L. Flamm, Analyse von Abklingungskurven. S. 1151.

E. H. Kennard, Unipolare Induktion und im Magnetfeld rotierender Kondensator. S. 1155.

A. Batschinski, Das Gesetz der Viskosität der Flüssigkeiten. S. 1157.

J. S. Barnett, Die Messung hoher Spannungen mit einem Instrument für niedere Spannungen. S. 1157.

Zusammenfassender Bericht:

B. Hodgson, Bericht über die Versammlung der British Association for the Advancement of Science. S. 1158.

Besprechungen:

E. Riecke, Lehrbuch der Physik. S. 1180.

P. Drude, Physik des Äthers auf elektromagnetischer Grundlage. S. 1181.

A. Korn u. B. Glatzel, Handbuch der Phototelegraphie und Telautographie. S. 1181.

E. Enriques, Probleme der Wissenschaft. S. 1182.

G. Hamel, Elementare Mechanik. S. 1182.

A. Gleichen, Die Theorie der modernen optischen Instrumente. S. 1183.

A. Lippmann, Einführung in die Aeronautik. I. S. 1183.

Personalien. S. 1184.

Angebote. S 1184.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Spektren von Entladungen niedrigen Potentials in Luft und Wasserstoff. (Spectra of Low Potential Discharges in Air and Hydrogen.)

Von Gordon S. Fulcher.

(Mit Tafel XXXIII.)

Das Licht, das als unmittelbare Folge des Bombardements von Stickstoff-, Wasserstoff- und Sauerstoffmolekülen seitens der Kathodenstrahlen ausgesandt wird, ist für Strahlen mit Geschwindigkeiten, die 500—5000 Volt Potentialdifferenz entsprechen, untersucht worden[1]). Seither habe ich einen Versuch gemacht, die Wirkung langsamerer Strahlen zu bestimmen, und zwar mit folgenden Ergebnissen.

In dem ersten Apparate, den ich hergestellt habe, war eine Wehneltkathode parallel zu einer durchlochten Anode in einem festen Abstande von 1 mm angebracht. Durch Anlegen eines Feldes konnten die an der Kathode entbundenen Elektronen durch das Loch in der Anode geschleudert werden, so daß sie ein Bündel von Kathodenstrahlen einer bestimmten Geschwindigkeit in der Kammer hinter der Anode bildeten. Ich erhielt jedoch kein sichtbares Strahlenbündel, außer wenn die Bedingungen derartig waren, daß sie den Übergang einer Entladung unmittelbar zwischen den Elektroden gestatteten. Offenbar war eine Ionisierung durch Stoß erforderlich, um eine genügende Anzahl Strahlen zu erzeugen. Der Apparat wurde deshalb so abgeändert, daß er eine Veränderung der Entfernung zwischen den Elektroden gestattete (s. Fig. 1). Da entdeckte ich denn, daß ich, wenn sie ungefähr 5 mm voneinander entfernt waren, bei einem Drucke von der Größenordnung 0,1 mm *Hg* eine Entladung bei einer sehr niedrigen Potentialdifferenz erhalten konnte, wenn ich eine genügend heiße Kathode benutzte. Das beobachtete Minimum betrug: für Wasserstoff 20 Volt, für Luft 27 Volt, für

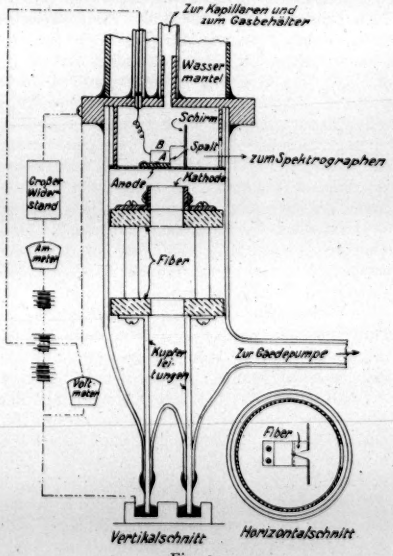


Fig. 1.

Sauerstoff 45 Volt, bei einer Entladungsstromstärke von ungefähr 0,04 Ampere. Die Gase wurden durch Überleiten über Phosphorpentoxyd getrocknet, und die von der heißen Kathode abgegebenen Verunreinigungen wurden durch Auf-

1) Fulcher, Astrophys. Journ. **34**, 388—392, 1911.

rechterhalten eines kontinuierlichen Gasstroms durch die Röhre mit Hilfe einer Kapillaren und einer Gaedepumpe fortgespült. Sonst aber wurden keine besonderen Vorsichtsmaßregeln zur Reinigung der Gase getroffen. Die Spektrogramme zeigen leichte Spuren von Quecksilberlinien, und bei Verwendung von Sauerstoff waren die *CO*-Banden vorhanden. Diese Mindestpotentiale wurden am besten sogleich nach Einführung einer frischen mit Salz beschickten Platinkathode erhalten, ließen sich aber ohne Erneuerung der Kathode nicht länger als eine halbe Stunde aufrecht erhalten, da das Entladungspotential während des Durchgangs der Entladung stetig anstieg.

Luft.

Bei Luft waren bei den höheren Spannungen (50 Volt) deutliche bläuliche Säulen zu sehen, die von verschiedenen Punkten auf der mit Salz beschickten Kathode aus durch das rötliche Glimmlicht aufstiegen, das die Entladungskammer erfüllte. Ihre Grundflächen waren durch einen kurzen dunklen Raum (0,5 mm) deutlich von der Kathode getrennt. Wenn die Temperatur der Kathode erhöht wurde, fiel das Entladungspotential plötzlich, die bläulichen Säulen verschwanden, und es blieb nur das rötliche Glimmlicht übrig, das indessen von der Kathode durch einen breiteren dunklen Raum getrennt war. Es wurden mit einem Hilgerschen Spektrographen mit konstanter Ablenkung photographische Aufnahmen gemacht, welche die in Begleitung der Abnahme des Entladungspotentials auftretenden Änderungen verzeichneten. Drei solcher Aufnahmen sind in Fig. 2[1]) in vierfacher Vergrößerung dargestellt. Man beachte die auffällige Abnahme in der Intensität der negativen Stickstoffbanden im Verhältnis zu jener der positiven Banden. Unter den günstigsten Umständen verschwinden sie ganz und gar, wie dies die Aufnahme Nr. 193 zeigt. Es erwies sich als wichtig, nur das zwischen den beiden Elektroden erzeugte Licht zu analysieren, da das Entladungspotential kein Maß für die Potentialdifferenzen ist, die zwischen der Kathode und anderen Teilen der Röhre bestehen können; dies ist wenigstens die wahrscheinliche Erklärung dafür, daß Spektrogramme des von dem Gebiete hinter der Kathode ausgehenden Lichts die negativen Banden selbst dann schwach zeigten, wenn das Entladungspotential kleiner als 30 Volt war. Ich benutzte „Spektrum"-Platten von Cramer, aber ich beobachtete keine Änderungen im Intensitätsverhältnis zwischen der ersten (roten) und der zweiten Gruppe der positiven Stickstoffbanden.

1) Die Fig. 2 u. 3 befinden sich auf Tafel XXXIII.

Wir wollen nun zu dem Problem der Erzeugung von Licht durch langsame Kathodenstrahlen zurückkehren. Das Licht, das von den durch die durchbohrte Anode geschleuderten Strahlen erzeugt wurde, erwies sich als zu schwach für die spektroskopische Analyse. Deshalb ordnete ich hinter der Anode und von dieser isoliert ein Paar Platten, *A* und *B* (Fig. 1), an, um ein Verzögerungspotential anlegen und eine größere Anzahl langsamer Strahlen erhalten zu können, als wenn das Entladungspotential nicht größer wäre als das der verlangten geringen Geschwindigkeit der Strahlen entsprechende. Dicht an dem Strahlenbündel wurde ein Spalt mit Backen aus Fiber angeordnet. Es erwies sich indessen als schwierig, ein für die spektrographische Analyse genügend helles Strahlenbündel zu erzielen und aufrecht zu erhalten. Das interessanteste Spektrogramm, das ich erhalten habe, ist in Fig. 2 unter Nr. 202 abgebildet. Die Stellung der Platten *A* und *B* ist bezeichnet. Man sieht deutlich, daß wenn die Strahlen verzögert werden, die Intensität der negativen Stickstoffbanden sehr stark abnimmt, während die positiven Banden, trotz der Dispersion der Strahlen, nicht nur relativ, sondern absolut, stärker werden, bis mitten zwischen *A* und *B* die positive Bande $\lambda = 4269$ Å.-E. intensiver ist als die negative Bande $\lambda = 4278$ Å.-E. Während der Exposition wurden die Platten auf einem Potential gehalten, das 20 Volt höher war als das der Kathode, und das Entladungspotential betrug ungefähr 80 Volt. Es ist jedoch wohl möglich, daß wegen der Gegenwart großer Mengen freier Elektronen und Ionen die Kraftlinien durch das Loch in der Platte *A* hindurchgingen, und daß das Verzögerungspotential nicht so groß war, wie aus den vorstehenden Zahlen hervorgehen würde, so daß möglicherweise das Spektrum des mitten zwischen *A* und *B* erzeugten Lichtes einer größeren Energie der Strahlen entsprechen würde, als ein Potentialgefälle von 20 Volt hervorbringen würde.

Das bei diesem Versuche analysierte Licht kam von der Bahn der Kathodenstrahlen; es rührte daher hauptsächlich unmittelbar von dem Anprall der Kathodenstrahlen gegen die Gasmoleküle her. Bei den angewandten Drucken betrug die mittlere freie Weglänge mehrere Millimeter. Daher würden im Vergleich mit der unmittelbar durch die Kathodenstrahlen erzeugten Ionisierung etwaige sekundäre Reaktionen, wie die Wiedervereinigung durch die Strahlen gebildeter Ionen, über ein größeres Volumen ringsum das Strahlenbündel zerstreut werden, ein kleinerer Anteil des erzeugten Lichtes würde durch den Spektrographen gehen,

und der Effekt würde nicht lokalisiert, sondern gleichförmiger über den Spalt verteilt sein. Wir können daher schließen, daß die erhaltenen Veränderungen im Spektrum auf den Änderungen in der Energie der Kathodenstrahlen beruhen; daß das Licht als unmittelbare Folge der durch die Strahlen erzeugten Ionisierung ausgesandt wird; daß langsame Kathodenstrahlen die von ihnen ionisierten Stickstoffmoleküle dazu erregen können, sowohl positive als auch negative Bandenspektren auszusenden, deren Intensitätsverhältnis von der Energie der ionisierenden Strahlen abhängt. Wir haben aber weiter oben gefunden, daß das Spektrum des Lichts, das von dem Raume zwischen den Elektroden in der Entladungskammer ausgeht, Änderungen mit dem Entladungspotential aufwies, ähnlich den Änderungen, welche das von den Kathodenstrahlen erzeugte Spektrum zeigt. Es erscheint demnach wahrscheinlich, daß das Licht in der Entladungskammer bei diesen niedrigen Spannungen hauptsächlich die unmittelbare Folge einer Ionisierung durch Kathodenstrahlen ist; daß die langsamsten Strahlen (30 Volt) die Emission der positiven Stickstoffbanden allein erregen; daß aber die relative Intensität der negativen Banden mit der Energie der erregenden Strahlen sehr schnell wächst, so daß sie bei 50 Volt die stärkeren sind und bei höheren Entladungspotentialen die positiven Banden an Intensität stark übertreffen. Beide Serien von Banden werden anscheinend von den Stickstoffmolekülen emittiert, wenn sie durch Kathodenstrahlen positiv ionisiert sind. Vielleicht können die schnelleren Strahlen weiter in die Moleküle eindringen und eine einfachere und fundamentalere Schwingungsform erregen, als die langsameren Strahlen vermögen; oder die positiven Banden können von Molekülaggregaten emittiert werden, die durch die schnelleren Strahlen dissoziiert werden.

Gehrcke und Seeliger[1]) haben kürzlich einen sehr schönen Versuch beschrieben, bei dem sie ein Kathodenstrahlenbündel von einer Wehneltkathode schräg in ein elektrisches Verzögerungsfeld hineinschossen, das stark genug war, um die Strahlen eine parabolische Bahn beschreiben zu lassen. Unter diesen Verhältnissen beobachteten sie ausgesprochene Farbenunterschiede zwischen verschiedenen Teilen des Strahlenbündels. In Luft ging das Strahlenbündel von Bläulich zu Rötlich an einem Punkte über, wo die Energie der Strahlen etwa 46 Volt entsprach, und es wurde nichtleuchtend, wo die Energie weniger als 29 Volt entsprach. Die vorstehenden Ergebnisse lehren, daß die Änderung von Bläulich in Rötlich eine Abnahme in der relativen Intensität der negativen Stickstoffbanden bedeutet, daß aber die Änderung nicht diskontinuierlich ist, sondern kontinuierlich, wenn auch sehr schnell, zwischen 50 und 30 Volt erfolgt. Der von Gehrcke und Seeliger gefundene Wert für die zur Lumineszenzerzeugung erforderliche Mindestenergie stimmt gut mit dem oben mitgeteilten beobachteten Mindestwert des Entladungspotentials von 27 Volt überein. Die weiter unten beschriebenen Änderungen beim Wasserstoff stimmen ebenfalls mit ihren Ergebnissen überein, nur daß das beobachtete Mindestpotential 20 Volt statt des von ihnen mitgeteilten Wertes von 29 Volt betrug. Der niedrigere Wert kann auf der Gegenwart einer Spur von Quecksilberdampf in meiner Entladungsröhre herrühren, denn die genannten Forscher fanden, daß die Mindestenergie für Quecksilberdampf nur 10 Volt betrug. Immerhin zeigen Spektrogramme, die aufgenommen wurden, als das Entladungspotential nicht über 26 Volt stieg, die Quecksilberlinien nicht stärker als die hauptsächlichen Verbindungslinien des Wasserstoffs.

Die zwischen den Bandenspektren des Stickstoffs und der Energie der erregenden Strahlen gefundenen Beziehungen müssen sich bei der Untersuchung von Vorgängen in der positiven Säule und in anderen Teilen einer Entladungsröhre als nützlich erweisen. Nach der Theorie der Schichtungen von J. J. Thomson[1]) bestehen regelmäßig verteilte, sich selbst verewigende Änderungen in der Dichte der freien Ionen, die den beobachteten Helligkeitsänderungen entsprechen. Der gegenseitige Abstand der Schichtungen ist so bemessen, daß die in einer Schicht entbundenen und durch das von der Verteilung der vorhandenen freien Elektronen herrührende Feld beschleunigten Elektronen, ehe sie die nächste Schicht erreichen, gerade genügend Energie erlangen, um Ionisierung und Lumineszenz zu verursachen. Das Spektrum der positiven Säule in Luft besteht bekanntlich hauptsächlich aus den positiven Stickstoffbanden. Vielleicht würden, wenn man die schnelleren Kathodenstrahlen, die von der Kathode und von anderen Teilen der Röhre kommen, ausschließen würde, die negativen Banden verschwinden, und wir würden dann wissen, daß wir es nur mit solchen Kathodenstrahlen zu tun hätten, deren Geschwindigkeiten einem Fall um etwa 30 Volt entsprächen und somit die Thomsonsche Theorie bestätigten. Sobald wir wissen werden, welche elektrischen Veränderungen am Molekül die Emission jedes

1) Gehrcke und Seeliger, Verh. d. D. Phys. Ges. 14, 335—343, 1912.

1) J. J. Thomson, Phil. Mag. (6) 18, 441—451, 1909.

der verschiedenen einem Element zukommenden Spektren zur Folge haben, werden wir ein mächtiges Hilfsmittel zur Lösung der übrig bleibenden Probleme besitzen, die mit der Elektrizitätsentladung in Gasen zusammenhängen.

Wasserstoff.

Die Änderungen im Aussehen der Entladung in Wasserstoff bei abnehmendem Entladungspotential waren den in Luft beobachteten so ähnlich, daß ich sie hier nicht weiter zu beschreiben brauche. Einige der Spektrogramme des von dem Raume zwischen den beiden Elektroden ausgehenden Lichts sind in vierfacher Vergrößerung in Fig. 3 dargestellt. Zwischen 60 Volt und 40 Volt nahmen die Linien der Hauptserie stark an Intensität gegenüber den Linien des Verbindungsspektrums ab. Das Intensitätsverhältnis der Serienlinien auf den Platten Nr. 208 und Nr. 183 beträgt mehrere Hundert, wie durch kurze Expositionen mit der Geißlerröhre bestimmt wurde; die Linien λ 6327, 6225, 5538 usw. sind dagegen auf beiden Platten gleich intensiv. Das Intensitätsverhältnis zwischen den beiden Spektren änderte sich nicht merklich, wenn das Entladungspotential von 40 Volt auf 23 Volt herabgesetzt wurde. Auf keinem der erhaltenen Spektrogramme fehlen die Serienlinien vollständig. Vielleicht läßt sich Wasser durch Kathodenstrahlen leichter zu Wasserstoffatomen dissoziieren als Wasserstoffmoleküle, und die verbleibenden Serienlinien beruhen vielleicht auf einer vorhandenen Spur von Wasser, oder die schwachen Linien können tatsächlich dem Verbindungsspektrum angehören, eine Möglichkeit, die durch den Umstand nahe gelegt wird, daß ihre relative Helligkeit im Vergleich zu jener der Verbindungslinien sich auf verschiedenen unter wechselnden Bedingungen aufgenommenen Spektrogrammen sich nahezu als dieselbe ergeben hat.

Es sind auch sehr interessante Veränderungen an dem Verbindungslinienspektrum selbst zu beobachten, wenn man Nr. 183 mit Nr. 208 vergleicht. Das Spektrum für die niedrigen Spannungen ist offenbar einfacher; die stärksten Linien scheinen mit einer gewissen Regelmäßigkeit angeordnet zu sein, die Banden vermuten läßt. Was das Vorkommen von Banden im Verbindungsspektrum angeht, so behauptet Dufour[1]), daß einige der schwächsten Linien gleiche Schwingungszahldifferenzen haben, eine Anordnung, die jener der Banden ähnelt, so daß das Verbindungsspektrum aus einem komplizierten Linienspektrum besteht, das einem schwachen Bandenspektrum übergelagert ist; Dufour macht aber keine zahlenmäßigen Angaben. Sonst scheint das Vorhandensein zahlenmäßiger Regelmäßigkeiten im zweiten Wasserspektrum nirgends erwähnt zu sein. Als ich vor Jahresfrist den Abdruck der Messungen von Watson in Kaysers Handbuch[1]) durchsah, fiel mir die Wiederholung starker Linien im Rot in Abständen von ungefähr 100 A.-E. auf, und eine Untersuchung zeigte, daß die Wellenlängendifferenzen zwischen gewissen starken Linien im Rot und Gelb so regelmäßig sind, daß sie einen Beweis dafür liefern, daß sie zusammen bandenähnliche Gruppen bilden. Es war sehr interessant, später zu finden, daß diese „Bandenlinien" die stärksten Linien im Wasserstoffspektrum bei der Entladung unter niedrigem Potential sind. Einige dieser Linien hat Dufour[2]) untersucht, und es hat sich herausgestellt, daß keine von ihnen einen Zeemaneffekt zeigt.

Die nebenstehende Tabelle I enthält die „Bandenlinien" und die Wellenlängendifferenzen zwischen aufeinanderfolgenden Gliedern der Reihe. Die Wellenlängen sind die von Watson[3]) angegebenen; die Übereinstimmung zwischen den Differenzen von S_1, S_2 und S_3 zeigt, wie genau seine Messungen sind. Die von Hasselberg[4]) bestimmten Wellenlängen weisen viel größere Schwankungen auf. Die von Watson angegebenen Intensitäten sind in Klammern beigefügt. Wellenlängen in Klammern bezeichnen Linien, die Watson nicht gemessen, Hasselberg aber mitgeteilt hat. An Stelle der Hasselbergschen Werte für die Wellenlängen, die zu unzuverlässig sind, habe ich die auf Grund der übrigen Bandenlinien bestimmten Wellenlängen angegeben.

Die beiden Banden scheinen miteinander zusammenzuhängen, da das Verhältnis von $(S_2 - S_3)$ zu $(S_1 - S_2)$ bei beiden dasselbe ist. Es treten noch andere Linien auf, die diesen Gruppen oder Banden anzugehören scheinen:

S_4 — $\lambda\lambda$ 6404,73 (0); 6303,68 (0); 6201,38 (2); 6098,45 (3); 5994,30 (4);
S_5 — $\lambda\lambda$ 6198,58 (4); 6096,21 (4); 5992,14$_6$ (0).
S_6 — $\lambda\lambda$ 6299,60 (5); 6197,32 (2);
S_7 — $\lambda\lambda$ 6285,56 (4); 6183,19 (4); 6080,03 (9); 5975,68 (8).

Um die Differenzen im Verbindungsspektrum bei hohen und niedrigen Entladungspotentialen und die Beziehung dieser Änderungen zu den

1) Dufour, Ann. d. chim. et de phys. (8) **9**, 416, 1906.

1) Kayser, Handbuch der Spektroskopie **5**, 494 bis 502, 1910.
2) Dufour, a. o. O., S. 413—416.
3) Watson, Proc. Roy. Soc. A **82**, 189—204, 1909.
4) Hasselberg, Mém. Acad. St. Petérsb. (7) **31**, Nr. 14, 1883. Abgedruckt in Kaysers Handbuch und in Dufours Arbeit (a. a. O.).

Tabelle I.
Hauptbandenlinien des Wasserstoffs.

	λ	Differenz	λ	Differenz	λ	Differenz
S_1			6441,83 (0)	101,08	6340,75 (2)	102,18
S_2			6433,80 (0)	101,10	6332,70 (1)	102,22
S_3	6527,63 (1)	99,27	6428,36 (2)	101,11	6327,25 (8)	102,23
$S_1 - S_3$			13,47		13,50	
$S_2 - S_3$			5,44		5,45	
S_1	6238,57 (6)	103,01	6135,56 (6)	103,42	6032,14 (5)	
S_2	6230,48 (2)	102,95	6127,53 (2)	103,53	6024,00 (4)	Kopf
S_3	6225,02 (10)	103,01	6122,01 (10)	103,48	6018,53 (9)	
$S_1 - S_3$	13,55		13,55		13,61	
$S_2 - S_3$	5,46		5,52		5,47	
S_1	5671,10 (0)	118,50	5552,60 (0)	117,54	5435,06 (1)	117,00
S_2	5661,97 (0)	118,26	5543,71 (0)	117,51	5426,20 (1)	116,9
S_3	5655,98 (1)	118,31	5537,67 (5)	117,57	5420,10 (4)	116,75
$S_1 - S_3$	15,12		14,93		14,96	
$S_2 - S_3$	5,99		6,04		6,10	
S_1	5318,06 (0)	(115,5)	(5202,6)		—	
S_2	(5309,3)	(115,6)	5193,72 (0)		—	
S_3	5303,35 (2)	(115,6)	(5187,7)		—	
$S_1 - S_3$	14,71		—			
$S_2 - S_3$	—		—			

Mittel $S_1 - S_3$ 13,54 (erste Bande), 15,00 (zweite Bande).
„ $S_2 - S_3$ 5,47 („ „), 6,04 („ „).
Verhältnis 0,404 (erste Bande), 0,403 (zweite Bande).

Tabelle II.
Intensitätsverhältnisse von Linien in den Spektren des Wasserstoffs bei hohem und niedrigem Entladungspotential.

Linie	Niedrig	Hoch	Linie	Niedrig	Hoch	Linie	Niedrig	Hoch
Gruppe I			*5989,47	2	3	Gruppe II		
6441,83	1/2	1/2	*75,68	10	10	6380,30	0	1
28,36	3	3	*50,15	5	5	6275,10	0	3
6399,71	4	3	*25,09	3	2	6174,28	0	4
62,67	2 1/2	2	*16,76 (?)	1	5	61,81	1/2	4
40,75	2 1/2	2	09,71	1	1 1/2	†6091,16	0	5
27,25	9	9	5872,12			†6070,21	4	6
6299,60	6	5	69,47	5	5	*(67,96)		
85,56	3	2	*36,28	7	10	*(6032,14)	7	12
71,55	1	1	*22,99	5	6	†28,21		
*38,57	5	5	*5786,00 (?)	7	10	†03,08	1/2	4
30,48	1	1	*75,28	6	8	†5982,79	1/2	6
*25,02	11	11	*37,06	6	9	†63,70	2	5
*6199,58	7	10	5671,10	1 1/2	2	†59,98		
*97,32			61,97 (?)	1	4	†38,87	3	9
*83,19	5	4	55,98	3	5	†31,62	3	9
*35,56	8	11	5600,65	3	3	*16,76 (?)	1	5
*27,53	3	4	5597,5			†5779,22	1/2	3
*22,01	12	12	52,60	3	2	†60,58	2	7
*6096,21	6	6	43,71	1 1/2	2	13,59	1	4
*80,03	7	8	37,67	10	8	03,50	1	8
†(70,21)	4	6	18,5	1	1	5689,43	3	10
67,96			05,79	4	4	84,33	2	10
*41,27	1	1 1/2	5435,06	2	3	43	0	3
*32,14	7	12	26,20	3	4	35,05	1/2	4
†(28,21)			20,10	7	7	12,77	1/2	5
*18,53	16	14	5388,35	4	4	5499,84	1	3
*5994,30	2	2 1/2	03,35	4	4			

* Kein Zeemaneffekt (Dufour). † Zeigt Zeemaneffekt (Dufour).

Dufourschen Beobachtungen über den Zeemaneffekt in den Einzelheiten deutlicher zu zeigen, teile ich die folgende Tabelle II mit. Es wurden vier Platten ausgemessen, von denen zwei bei hohem und zwei bei niedrigem Entladungspotential aufgenommen worden waren; die Intensitäten der einzelnen Linien auf den vier Platten wurden dann unabhängig voneinander geschätzt. Die Übereinstimmung war im allgemeinen eine sehr enge. Die Mittel für jedes Paar sind in den Spalten mit den Überschriften „Niedrig" und „Hoch" angegeben.

Die Linien zerfallen in zwei Gruppen, von denen die erste alle die Linien enthält, die in beiden Spektren gleich intensiv sind, die zweite jene Linien, die im Spektrum der Entladung bei niedrigem Potential verhältnismäßig sehr viel schwächer sind. Der ersten Gruppe gehören alle die Linien zwischen λ 5700 und λ 6300 an, die, wie Dufour fand, keinen Zeemaneffekt zeigen, sowie alle oben verzeichneten Bandenlinien. Zur zweiten Gruppe gehören alle die Linien, die einen Zeemaneffekt zeigen. Die einzigen Ausnahmen scheinen die Linien λ 5916 und λ 5786 zu sein. Bei der letzteren gab Dufour zunächst keinen transversalen Zeemaneffekt (Kollimator senkrecht zum Magnetfelde) an; später jedoch behauptete er[1]), daß sie einen normalen longitudinalen Zeemaneffekt aufweise; das ist vielleicht ein Druckfehler, da die gemachten Angaben unvereinbar sind. Vielleicht sind die Linien doppelt, und es zeigt nur eine von ihnen den Zeemaneffekt; es sollten jedoch beide Linien aufs neue untersucht werden. Weiter erscheint die Bandenlinie λ 5662 im Spektrum bei niedrigem Potential zu schwach. Im allgemeinen jedoch scheint es zuzutreffen, daß die Linien im Wasserstoffverbindungsspektrum zwischen λ 5300 und λ 6500, welche den Zeemaneffekt zeigen, gleichwie die Serienlinien im Spektrum bei niedrigem Potential viel schwächer sind, während die stärksten Linien, die im Spektrum bei niedrigem Potential erscheinen, keinen Zeemaneffekt zeigen und, nach der Regelmäßigkeit ihrer Anordnung zu schließen, offenbar einem Bandenspektrum des Wasserstoffs angehören.

Wir haben bisher nur von den roten und gelben Gebieten im Wasserstoffspektrum gesprochen. Dufour hat auch die Linien im blauen Gebiet untersucht[2]) und zwischen λ 4300 und λ 4700 ungefähr 30 Linien gefunden, die keinen Zeemaneffekt zeigen, ferner eine gleiche Anzahl, die einen normalen Effekt in größerem oder geringerem Maße zeigen, sowie ein paar anomale Linien. Wie eine Prüfung der Spektrogramme Nr. 208 und Nr. 185 in Fig. 3 ergeben wird, ist in dem Intensitätsverhältnis der Linien in diesem Gebiete kaum eine Änderung vorhanden, wenn das Entladungspotential zwischen sehr weiten Grenzen verändert wird, und die wenigen Änderungen, die wirklich auftreten, scheinen mit dem Zeemaneffekt überhaupt nichts zu tun zu haben. Die folgenden Linien erscheinen in dem bei niedrigem Potential erhaltenen Spekrogramm verhältnismäßig schwächer:

$\lambda\lambda$ 4551,14; *4543,87; †4538,51; *4514,51; †4474,42.

Ich habe vergebens nach irgendeiner sich wiederholenden Wellenlängendifferenz gesucht, durch die sich etwa einige dieser Linien zusammenordnen würden. Die Ergebnisse von Dufour lassen den komplexen Charakter dieses Spektrums erst recht hervortreten; wenn sie aber weiter ausgedehnt werden, können sie vielleicht den Schlüssel liefern, dessen wir zu seiner Enträtselung bedürfen.

In Sauerstoff bestand das Spektrum bei einem Entladungspotential von 75 Volt hauptsächlich aus den negativen Banden im Rot und im Gelb, aber die Funken- und die Serienlinien waren ebenfalls vorhanden. Bei Herabsetzung des Potentials auf 45 Volt verschwanden die negativen Banden, und an ihre Stelle traten *CO*-Banden, aber die Serienlinien $\lambda\lambda$ 6156 und 4368 waren noch vorhanden.

Die Stickstoff-, Wasserstoff- und Sauerstoffbanden werden wahrscheinlich von den verschiedenen Molekülen infolge der Ionisierung durch Kathodenstrahlen emittiert.

Ich bedauere, daß einige Punkte in dieser Arbeit nicht gründlicher untersucht worden sind; ich teile aber diese Ergebnisse so mit, wie sie sind, da ich einstweilen durch andere Arbeiten verhindert sein werde, die Untersuchung weiter zu führen.

Madison, 22. Oktober 1912.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 7. November 1912.)

1) Dufour, Journ. de Phys. (4) **8**, 258—261, 1909.
2) Dufour, Journ. de Phys. (4) **8**, 258—261, 1909.

Das photochemische Gesetz und die molekulare Theorie der Strahlung.

Von Jun Ishiwara.

§ 1. Einleitende Übersicht über die Einsteinsche Arbeit[1]).

Einstein[1]) hat durch Behandlung eines thermodynamischen Gleichgewichts zwischen drei

1) A. Einstein, Ann. d. Phys. [4] **37**, 832, 1912; **38**, 881, 1912.

Arten Gasmolekülen, von denen ein Molekül erster Art unter Wirkung der Wärmestrahlung in ein Molekül zweiter und in ein Molekül dritter Art zerfallen kann, das Wiensche Strahlungsgesetz und das „photochemische Äquivalentgesetz" abgeleitet. Unter dem letzteren versteht er den Satz, daß „es zur Zersetzung eines Grammäquivalents durch einen photochemischen Vorgang durchschnittlich der absorbierten Strahlungsenergie $Nh\nu$ bedarf", wenn man mit N die Zahl der Moleküle im Grammmol, mit h das Plancksche Wirkungsquantum, mit ν die Frequenz der wirksamen Strahlung bezeichnet. Dieser Satz ist schon vor sieben Jahren durch Einstein selbst[1]) und später noch durch Stark[2]) auf Grund der Theorie der Lichtquanten bewiesen, dennoch ist Einstein bei der neueren Untersuchung der Meinung, daß man zur Ableitung dieses Satzes nicht der Quantenhypothese bedarf, sondern daß derselbe überhaupt aus gewissen Voraussetzungen auf rein thermodynamischem Wege gefolgert wird, und zwar daß die wesentliche von diesen Voraussetzungen die ist, daß die Zahl der pro Zeiteinheit zersetzten Moleküle der Dichte der wirksamen Strahlung proportional ist.

Die Quantenhypothese[3]) ist aber meines Erachtens eine gründliche physikalische Hypothese von einem erkenntnistheoretischen Wert, welche nur durch eine bloß äußerlich andere, doch ihrem Inhalt nach äquivalente Hypothese ersetzt werden darf. Ich möchte nicht verneinen, daß, wenn Herr Einstein so ausschließlich seine letzterwähnte Meinung hervorhob[4]), er dennoch dabei nicht meinen dürfte, daß die von ihm eingeführte Voraussetzung über den photochemischen Zerfallprozeß und die empirisch bestätigte Wiensche Strahlungsformel ihrem hypothetischen Inhalt nach von der Quantenhypothese unabhängig sind. Sollte die von Einstein ausgeführte, rein thermodynamische Betrachtung tatsächlich auch zu einer Strahlungsformel von derselben Form wie die Wiensche führen, so könnte daraus die universelle Konstanz der Größe h keineswegs folgen, ebensowenig durch eine rein thermodynamische Ableitung des Strahlungsgesetzes. Diese Eigenschaft von h müssen wir dagegen auf alle Fälle als eine Erfahrungstatsache zur Kenntnis nehmen und in die theoretische Physik als eine sonst unbeweisbare Grundhypothese einführen. In Anbetracht des photochemischen Vorgangs scheint es mir also vielmehr wünschenswert, unter der Annahme des quantenhaften Energieumsatzes jedenfalls das photochemische Gesetz mit der Planckschen Strahlungsformel vereinbar aufzustellen.

Bevor man in diese letzte Untersuchung übergeht, müßte man übrigens bei der Verfolgung der Einsteinschen Arbeit bemerken, daß die Einsteinsche Behandlung überhaupt auf dem Gedanken der Entstehung eines „außergewöhnlichen" thermodynamischen Gleichgewichts beruht, in welchem die Temperatur T_s der Strahlung von der Temperatur T des Gasgemisches verschieden ist. Ein solcher Gleichgewichtszustand kann zwischen den beiden Gebilden in der Tat nur dann möglicherweise entstehen, wenn die Gasmoleküle außer bei ihrer chemischen Zersetzung sowie Wiedervereinigung keine Wechselwirkung mit der Strahlung haben, also wenn außer durch den photochemischen Vorgang weder Absorption noch Emission der Strahlungsenergie vorhanden ist. Denn schon durch diese letzten Prozesse müßten die beiden Temperaturen T und T_s einander gleich werden. Wir dürfen uns aber wohl einmal Absorption und Emission der Strahlung durch Gasmoleküle ausgeschlossen vorstellen, da bei manchen Gasen wirklich nur eine schwache Lichtabsorption sich in gewöhnlicher Temperatur zeigt. Allerdings können wir uns weiter kaum mit Herrn Einstein den idealen Gedanken zulässig denken, daß die Temperatur T_s der Strahlung auch dann unverändert und von der Temperatur T des Gasgemisches verschieden bleibt, wenn man das ganze System mit einem unendlich großen Wärmereservoir von der Temperatur T in dauernde wärmeleitende Verbindung setzt. Damit hierbei die Temperatur T_s der Strahlung dieselbe bleiben kann, muß das zu verbindende Wärmereservoir von derselben Eigenschaft wie das betrachtete System sein, in welchem also eine Materie (Moleküle) von der Temperatur T und die Strahlung von der Temperatur T_s im Gleichgewicht enthalten sind. Wenn man das System mit einem solchen Wärmereservoir verbindet und sich eine virtuelle Verwandlung der Energie δE von der Strahlung in das Gasgemisch durchgeführt denkt, so erhält man als die Gleichgewichtsbedingung des Systems

$$\delta S_s + \delta S_g - \frac{\delta W_s}{T_s} - \frac{\delta W_g}{T} = 0, \qquad (1)$$

wo δS_s und δS_g die virtuellen Entropiezunahmen der Strahlung bzw. des Gases, δW_s und δW_g die Energiemengen bedeuten, welche die Strahlung bzw. das Gasgemisch bei der vir-

1) A. Einstein, Ann. d. Phys. [4] **17**, 132, 1905.
2) J. Stark, diese Zeitschr. **9**, 889, 1908; vgl. auch Ann. d. Phys. [4] **38**, 467, 1912.
3) Darunter will ich hier eine Hypothese, welche einen quantenhaften Energieumsatz bei den Strahlungserscheinungen ausdrückt, verstehen.
4) A. Einstein, Ann. d. Phys. [4] **38**, 888, 1912.

tuellen Änderung von dem Wärmereservoir aufnimmt. Die gesamte Energieänderung der Strahlung beträgt dabei

$$\delta E_s = \delta W_s - \delta E$$

und folglich

$$\delta S_s = \frac{\delta E_s}{T_s} = \frac{\delta W_s - \delta E}{T_s}. \qquad (2)$$

Mit diesem Werte von δS_s liefert die Gleichung (1)

$$\delta S_g - \frac{\delta E}{T_s} - \frac{\delta W_g}{T} = 0,$$

oder, da die gesamte Energieänderung des Gases

$$\delta E_g = \delta W_g + \delta E$$

ist,

$$\delta S_g - \frac{\delta E}{T_s} - \frac{\delta E_g + \delta E}{T} = 0. \qquad (3)$$

Indem man mit Einstein $\delta E = N\varepsilon$ setzt, kann man erst hieraus mit Recht die Gleichung (4a) in der Einsteinschen Arbeit erhalten, welche sich mit dem Wienschen Strahlungsgesetz vereinbar ergibt.

Es möge hier noch erwähnt sein, wie man das photochemische Gesetz ferner mit dem Planckschen Strahlungsgesetz vereinbar umformulieren kann. Dazu genügt wohl, die Differenz zwischen den beiden Strahlungsgesetzen zu berücksichtigen. Es sei zunächst die Plancksche Formel für die Strahlungsdichte ϱ von der Frequenz ν und von der Temperatur T in der Form

$$\varrho = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}\left(e^{-\frac{h\nu}{kT}} + e^{-\frac{2h\nu}{kT}} + e^{-\frac{3h\nu}{kT}} + \cdots\right) \qquad (4)$$

geschrieben[1]). Im Vergleiche dieser Formel mit der Wienschen

$$\varrho = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} e^{-\frac{h\nu}{kT}}$$

sieht man sofort ein, daß die letztere insofern als eine Annäherungsformel benutzt werden kann, als alle weiteren Glieder wie das zweite in der Klammer von (4) gegen das erste vernachlässigt werden können. Man könnte also das photochemische Gesetz in Übereinstimmung mit dem Planckschen Strahlungsgesetz erhalten, wenn man von vornherein die Annahme gemacht hätte, daß es von den photochemischen Zerfall- und Wiedervereinigungsprozessen verschiedene Arten geben soll, von denen jeder eine Absorption bzw. Emission von einem bestimmten, aber voneinander verschiedenen Energiebetrag zuzuordnen ist, und zwar daß dieser Energiebetrag jedem ganzen Vielfachen von der Größe $h\nu$ gleich sein soll. Dementsprechend muß also das photochemische Gesetz derart geändert werden, daß die Strahlungsenergie nicht nur nach der Größe $h\nu$ selbst, sondern auch nach jedem ganzen Vielfachen von $h\nu$ verwandelt wird. Dieser letzte Ausdruck ist aber nichts anderes als der, welcher schon bei der theoretischen Ableitung des Planckschen Strahlungsgesetzes als die Grundhypothese zur Kenntnis genommen werden mußte.

Aus dieser Überlegung wird es klar sein, daß man zur Planckschen Strahlungsformel gelangen dürfte, indem man in der grundlegenden Annahme über den photochemischen Zerfall- und Wiedervereinigungsprozeß das letzterwähnte Gesetz des Energieumsatzes formuliert und sonst ebenso wie Einstein verfährt. Es scheint mir indessen bei der Einsteinschen Behandlung die stabile Entstehung des „außergewöhnlichen" thermodynamischen Gleichgewichts und insbesondere die Gültigkeit der Gleichung (3) sehr bedenklich. Denn nach dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik sollte einmal für die Strahlung die Gleichung (2) seine Gültigkeit beanspruchen, ferner für die Gasmischung die Gleichung

$$\delta S_g = \frac{\delta E_g}{T}, \qquad (3')$$

welche allerdings der (3) widerspricht.

Im folgenden möchte ich mich daher nicht dem Gedanken der Entstehung eines solchen Gleichgewichts anschließen, sondern vielmehr auf dem Standpunkte einer Theorie der Strahlung, welche mir für die Erläuterung verschiedener Strahlungserscheinungen sehr zweckmäßig scheint, das Problem behandeln.

§ 2. Ein physikalisches Bild der Strahlung; Strahlungsmolekül und der Satz der Erhaltung der elementaren Freiheitsgrade.

Es wird niemand mehr bezweifeln, daß der wesentliche physikalische Inhalt des Planckschen Strahlungsgesetzes in dem quantenhaften Energieumsatz zwischen der Strahlung und der Materie besteht. Das nächst in Frage kommende Problem muß das sein, zu untersuchen, wie ein solcher Energieumsatz zustande kommen soll. In seinen Abhandlungen[1]) über die Begründung des Gesetzes der schwarzen Strahlung steht nun Planck durchaus auf dem Standpunkt, zu behaupten, daß man den quantenhaften Energie-

1) Hier bedeutet c die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum, k die universelle Konstante im Boltzmannschen Satz über den Zusammenhang zwischen der Entropie und der Zustandswahrscheinlichkeit.

1) M. Planck, Verh. Deutsch. Phys. Ges. **13**, 138, 1911; Ann. d. Phys. [4] **37**, 642, 1912.

umsatz überhaupt als Folge aus einem fremden Mechanismus des Moleküls auffassen soll. Bedenkt man jedoch, daß bei den verschiedenen chemischen Molekülen und bei den verschiedenen Strahlungserscheinungen immer ein und dieselbe universelle Konstante h ihre Existenz beansprucht, und daß die Größe der aus dem Moleküle abgegebenen Energie, wie z. B. am lichtelektrischen Effekte am besten gesehen wird, nicht von der Eigenschaft des Moleküls, sondern überhaupt von der Frequenz des wirksamen Lichtes abhängt, und überdies daß dieselbe immer einem ganzen Vielfachen des Energiequantums gleichkommt, so wird man gezwungen, zu bedenken, daß ein solcher Mechanismus, der alle betreffenden Verhältnisse befriedigend erfüllt, sich erst nach außerordentlich kompliziertem Wege und mit aussichtsloser Schwierigkeit könnte konstituieren lassen.

Es scheint mir dagegen sehr einfach und erfolgreich, einen anderen Standpunkt einzunehmen, nämlich den Standpunkt, worin man das Vorkommen der quantenhaften Energieverwandlung auf die Eigenschaft der Strahlung selber zurückzuführen sucht. Auf diesem Standpunkte möchte ich hier zunächst einige zweckmäßige Grundideen erklären und dann eine Anwendung derselben auf unser photochemisches Problem vorlegen.

Wir betrachten eine Strahlung, welche in einem abgegrenzten Raum vom Volumen V eingeschlossen ist. Von der gesamten Strahlung können wir immer einen Spektralanteil, dessen Frequenz in einem unendlich kleinen Intervalle $d\nu$ liegt, unabhängig von allen anderen übrigen Anteilen hervorheben. Es wird weiter zweifellos sein, daß man diese monochromatische Strahlungsenergie wieder noch in gewisse voneinander unabhängige Teile absondern kann, und zwar daß man durch diese Teilungen nicht unendlich viele elementare Teilchen der Strahlungsenergie, sondern nur eine gewisse endliche Anzahl derselben erhalten kann; denn die gesamte Anzahl der unabhängigen Variabeln, welche zu der hervorgehobenen monochromatischen Strahlung von der Frequenz ν gehören, ist jedenfalls endlich. Dieselben können wir z. B. für einen stationären Zustand nach der Maxwellschen elektromagnetischen Theorie berechnen und zwar findet man[1])

$$\frac{16\pi V}{c^3}\nu^2 d\nu .$$

Wir erkennen also jedenfalls die Existenz der elementaren Teilchen der Strahlungsenergie, von denen jedes vollkommen unabhängig von den anderen sich im Raume lokalisieren[1]), aber nicht weiter in solche geteilt werden kann. Wir nennen jedes dieser elementaren Teilchen ein „Strahlungsmolekül". Es kann sich nämlich unabhängig von den anderen, aber nur als Ganzes im Raume bewegen, und somit muß es auch nur als Ganzes von ponderabeln Körpern aufgenommen oder abgegeben werden.

Wir sehen ferner, daß der Betrag einer elementaren elektromagnetischen Energie durch zwei unabhängige Variabeln (entsprechend dem elektrischen und dem magnetischen Vektor) zu charakterisieren ist. Um eine solche elektromagnetische Energie noch in einem bestimmten Raume zu lokalisieren, sind drei Raumkoordinaten notwendig, und um ihr eine Bewegungsrichtung zuzuschreiben, dient dazu noch eine Variable. Es muß also zur vollkommenen Charakterisierung eines Strahlungsmoleküls sechs Unabhängiger bedürfen. Die Anzahl der Strahlungsmoleküle von der Frequenz ν beträgt daher für den stationären Zustand:

$$N_0 d\nu = \frac{8\pi V}{3c^3}\nu^2 d\nu . \qquad (5)$$

Ziehen wir nun den quantenhaften Energieumsatz als eine nachgewiesene Erfahrungstatsache in Betracht, so müssen wir anerkennen, daß einem Strahlungsmolekül von der Frequenz ν, da es stets als Ganzes in die ponderable Energie verwandelt wird, bloß die Energie derjenigen Größe zukommt, die einem ganzen Vielfachen von $h\nu$ gleich ist. Wir wollen demgemäß unsere Grundhypothese auch dahin formulieren, daß die Strahlungsenergie von der Frequenz ν immer bloß in Form der Quanten von der Größe $h\nu$ in der Natur vorkommt[2]). Im vorliegenden nennen wir das Strahlungsmolekül, dessen Energie das i-fache eines Quantums ist, das von i-ter Ordnung.

Wir bezeichnen mit dem Vektor $\mathfrak{c}$ die Geschwindigkeit des Strahlungsmoleküls und mit dem Vektor $\mathfrak{G}$ die Bewegungsgröße eines solchen. Die Gesamtenergie des Strahlungsmoleküls wird dann durch

$$U = (\mathfrak{c}\mathfrak{G})$$

dargestellt. Ist $\mathfrak{a}$ der Einheitsvektor nach der Richtung der Geschwindigkeit, so wird geschrieben:

1) Vgl. z. B. M. Planck, Theorie der Wärmestrahlung, S. 176.

1) Vgl. den Nachtrag.

2) Es ist besonders zu bemerken, daß diese Hypothese hierbei lediglich eine Folge von dem quantenhaften Energieumsatz sowie von der Existenz der Strahlungsmoleküle ist. Wer schon dem Planckschen Wirkungsquantum h eine physikalische Bedeutung zuschreiben will und auch an der Gültigkeit der Maxwellschen elektromagnetischen Theorie in keiner Weise zweifelt, der dürfte auch nicht zögern, die daraus folgende Konsequenz als eine nicht zu widerlegende Hypothese zuzulassen.

$$\mathfrak{c} = \mathfrak{a}c, \quad \mathfrak{G} = \mathfrak{a}G,$$

wenn c und G die absoluten Beträge von $\mathfrak{c}$ bzw. $\mathfrak{G}$ sind. Demzufolge wird die Energie auch dargestellt:

$$U = (\mathfrak{a}\mathfrak{a})cG,$$

oder, indem wir das Quadrat eines Einheitsvektors $\mathfrak{a}$ als die Summe der Quadrate der drei Grundvektoren $\mathfrak{i}$, $\mathfrak{j}$, $\mathfrak{k}$ ausdrücken,

$$U = (\mathfrak{i}^2 + \mathfrak{j}^2 + \mathfrak{k}^2)cG.$$

Jeder dieser drei Bestandteile der Energie der Strahlung kann einen gewissen voneinander unabhängigen Wert haben, welcher aber nach unserer Grundhypothese auf jeden Fall einem ganzen Vielfachen von $h\nu$ gleichkommen soll.

Gerade auf Grund dieses Verhältnisses können wir nun die Wahrscheinlichkeit eines gegebenen Strahlungszustandes durch die Anzahl der voneinander verschiedenen, möglichen Zuordnungen der einzelnen Energieelemente $h\nu$ zu allen unabhängigen Bestandteilen der Energie der Strahlungsmoleküle bestimmen. Ist ϱ die Strahlungsdichte, so ist die Anzahl der enthaltenen Elemente $h\nu$ gleich $\frac{\varrho V d\nu}{h\nu}$; und andererseits ist die Anzahl der unabhängigen Bestandteile der Energie aller vorhandenen $N_0 d\nu$-Strahlungsmoleküle $3N_0 d\nu$. Die Anzahl der genannten individuellen Zuordnungen ist gegeben durch

$$W = \frac{(3N_0 d\nu + \frac{\varrho V}{h\nu} d\nu - 1)!}{(3N_0 d\nu - 1)!\,(\frac{\varrho V}{h\nu} d\nu)!}$$

Für die Entropie S erhalten wir nach dem Boltzmannschen Satz

$$S = k \log W = k \log \frac{(3N_0 d\nu + \frac{\varrho V}{h\nu} d\nu - 1)!}{(3N_0 d\nu - 1)!\,(\frac{\varrho V}{h\nu} d\nu)!},$$

oder, da $3N_0 d\nu$ und $\frac{\varrho V}{h\nu} d\nu$ große Zahlen sind, mit genügender Annäherung

$$S = k \cdot 3N_0 \{(1+f)\log(1+f) - f \log f\}, \quad (6)$$

wo gesetzt ist:

$$f = \frac{\varrho V}{3N_0 h\nu}. \quad (7)$$

Hieraus[1]) ergibt sich für die schwarze Strahlung, für welche die Entropie S bei gegebener Totalenergie ein Maximum ist, und deren Temperatur T durch

$$\frac{1}{V}\frac{dS}{d\varrho} = \frac{1}{T}$$

definiert ist, die Beziehung

$$f = \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (7')$$

und folglich das Plancksche Strahlungsgesetz. Die mittlere Energie $\bar{U}$ eines Strahlungsmoleküls von der Frequenz ν ist dabei

$$\bar{U} = \frac{\varrho V d\nu}{N_0 d\nu} = \frac{3h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \quad (8)$$

Wir gehen jetzt zur Überlegung über die Wechselwirkung zwischen der Materie und der Strahlung über. Wer die molekulartheoretische Argumentation verfolgt hat, dem dürfte nun kaum möglich sein, die glänzende Bedeutung des Boltzmannschen Satzes über den Zusammenhang zwischen der Zustandswahrscheinlichkeit und der Entropie eines physikalischen Systems nicht zu beachten. Nach diesem universellen Satze erkennen wir, daß die Entropie eines abgeschlossenen stationären Systems nur insofern unverändert bleiben kann, als die Anzahl der Bewegungsfreiheitsgrade aller vorhandenen elementaren Gebilde konstant ist. Andererseits sehen wir ein, daß der Gleichgewichtszustand der schwarzen Strahlung durch Einführung der ebenso im ungeordnetsten Zustande befindlichen ponderablen Materie in denselben Raum nicht gestört werden darf, unabhängig davon, ob es eine Wechselwirkung zwischen der Strahlung und der Materie gibt oder nicht. Hieraus folgt, daß durch keine Wechselwirkung zwischen ihnen sich die gesamte Anzahl der Bewegungsfreiheitsgrade der elementaren Gebilde wenigstens durchschnittlich ändern kann, nur abgesehen von unendlich kleinen räumlichen und zeitlichen Schwankungen; denn sonst müßte sich die Gesamtentropie wegen einer solchen Wechselwirkung um einen endlichen Betrag ändern.

Wir erfahren überdies, daß bei der chemischen Zersetzung, bei der Dissoziation, bei der Ionisation, beim lichtelektrischen Zerfall usw., also bei einer Zunahme der Anzahl der elementaren ponderabeln Gebilde die Entwicklung der Strahlungsenergie, aber dagegen bei den entgegengesetzten Erscheinungen, also bei einer Abnahme der Anzahl derselben die Absorption der Strahlung stattfindet. Alle diese Überlegungen veranlassen uns, das folgende Bild über die Strahlungserscheinung aufzustellen. Wir wollen nämlich annehmen, daß bei einem elementaren Strahlungsprozeß die Gesamtanzahl der Bewegungsfreiheitsgrade aller sich daran beteiligenden elementaren Gebilde unverändert ist, daß also z. B. ein materielles Atom oder

1) Über die rechnerische Ausführung vgl. P. Debye, Ann. d. Phys. [4] **33**, 1427, 1910.

ein Elektron[1]) bloß bei Absorption eines Strahlungsmoleküls[2]) aus dem gebundenen Moleküle abgetrennt wird und umgekehrt Wiedervereinigung eines Atoms oder eines Elektrons mit einem anderen Atom oder Moleküle notwendig Emission eines Strahlungsmoleküls zur Folge hat.

Diese Hypothese habe ich[3]) schon zur Erklärung der Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärme und derjenigen der elektrischen Leitfähigkeit eines festen Körpers eingeführt, und dabei bin ich für die erstere zur selben Formel wie Einstein und für die letztere zur ähnlichen wie Nernst gelangt. Diese Hypothese dürfte meiner Ansicht nach für jede Strahlungserscheinung, welche das System zu einem thermodynamischen Gleichgewichtszustande führt, Gültigkeit beanspruchen. Wir wollen sie kurz als „den Satz der Erhaltung der elementaren Freiheitsgrade" bezeichnen[4]).

§ 3. Anwendung der im vorigen Paragraphen entwickelten Grundidee auf den photochemischen Vorgang.

Wir kommen jetzt in die Lage, unsere Idee auf den photochemischen Prozeß anwenden zu können. Wir denken uns in zunächst einem Volumen V zweierlei Arten von Gasatomen mit den Massen m_1 und m_2 vorhanden. a_1 sei die Anzahl der Atome erster, a_2 die der Atome zweiter Art. Ein Atom erster und ein Atom zweiter Art sollen sich zu einem Moleküle mit der Masse m chemisch verbinden können, und umgekehrt soll ein solches chemisch verbundenes Molekül wieder in seine Bestandteile zerfallen können. Wir wollen uns der Einfachheit halber chemische Verbindungen aller anderen Art (Doppelatome erster und zweiter Art, Verbindungen von mehr als zwei Atomen) ausgeschlossen denken.

Wir nehmen noch an, daß die beiden Atome m_1 und m_2 dann miteinander chemisch verbunden sind, wenn sie einander genügend nahe liegen und sich nacheinander in einer bestimmten Weise orientieren[1]). Die chemische Verbindungsenergie eines Moleküls sei gleich χ. Unter dieser Bezeichnung versteht man die Arbeit, welche notwendig ist, um die beiden Atome wieder aus dieser chemischen Bindung zu lösen, um also sie aus jener Lage in eine große Entfernung zu bringen, in welcher sie nicht mehr merklich aufeinander wirken. χ ist also auch als die Dissoziationsarbeit zu bezeichnen. Wir setzen einfach voraus, daß diese Arbeit χ für alle Lagen und Orientierungen innerhalb des chemisch empfindlichen Bezirks (worin die beiden Atome gegeneinander chemische Anziehung ausüben sollen) konstant ist, daß sie also eine charakteristische Konstante für eine Art chemischer Verbindung ist. Es ergibt sich dann nach einer Wahrscheinlichkeitsrechnung beim thermodynamischen Gleichgewicht der folgende Satz[2]): Die Wahrscheinlichkeit, daß ein zufällig betrachtetes Atom zweiter Art überhaupt zu einem chemischen Moleküle m verbunden ist, verhält sich zu der, daß es ein Einzelatom ist, wie

$$n_1 \lambda e^{\frac{\chi}{kT}} : V. \qquad (9)$$

Hier bedeutet n_1 die Anzahl der im Volumen V beim Gleichgewichtszustand als einzeln befindlichen Atome erster Art, λ eine durch den Bezirk der chemischen Bindung charakterisierte Größe. Übrigens ist k dieselbe universelle Konstante wie die vorige, T die Gastemperatur.

Wir bezeichnen noch mit n_2 die Anzahl der dabei als Einzelatom befindlichen Atome zweiter Art und mit n die Anzahl der chemisch verbundenen Moleküle. Dann muß das Verhältnis (9) der beiden genannten Wahrscheinlichkeiten dem Verhältnis der beiden Anzahlen $n : n_2$ gleich sein. Daraus können wir schließen:

$$\frac{n_1 n_2}{n} = \frac{V}{\lambda} e^{-\frac{\chi}{kT}}. \qquad (10)$$

Selbstverständlich gilt diese Gleichung unabhängig von jedem speziellen Prozesse des Zerfalls und der Wiedervereinigung der elementaren Gebilde.

Wir betrachten jetzt den speziellen Fall, wo der Zerfall von Molekülen m durch die Wirkung einer monochromatischen Strahlung von der

1) Hier seien einem Atom oder Elektron einfach drei Bewegungsfreiheitsgrade zugeschrieben.

2) Bei einer Abtrennung eines Atoms oder eines Elektrons muß immer die ganze Energie eines Strahlungsmoleküls absorbiert werden, aber nicht einige in ihm enthaltene Energieelemente. Sollte dagegen das letzte möglich sein, so müßte dadurch die Anzahl der elementaren Gebilde zunehmen, während man deren Abnahme bei dem entgegengesetzten Prozesse, d. h. bei der Emission der Strahlung nicht annehmen kann.

3) J. Ishiwara. The Science Reports of the Tôhoku Imperial University (Sendai) 1, 92, 1912.

4) Seinem Inhalte nach kann man diesen Satz auch als den Satz der Erhaltung der physikalischen Gebilde (d. h. der materiellen sowie Strahlungsgebilde) bezeichnen. Der radioaktive Zerfallprozeß z. B., in bezug auf welchen man bis jetzt keinen Vorgang entgegengesetzter Art kennt, unterwirft sich diesem Satz nicht. Dadurch findet nämlich eine fortdauernde Umwandlung der materiellen Moleküle einer Art in die einer anderen Art sowie in die Strahlungen statt, ohne zu einem Gleichgewicht der Erscheinung zu gelangen. Wegen dieses Verhältnisses scheint mir der letzte Prozeß sich als eine irreversible elementare Erscheinung prinzipiell von den anderen reversiblen elementaren Prozessen zu unterscheiden.

1) In Wirklichkeit wird die Bindung wahrscheinlich durch Vermittlung ihrer Valenzelektronen erfolgen. Wir wollen aber hier nicht zu jeder Spezialisierung eines solchen Mechanismus kommen.

2) Vgl. L. Boltzmann, Gastheorie II, S. 137 u. 182.

Frequenz ν erfolgt. Damit ein Gasmolekül photochemisch zersetzt werden kann, muß ein Strahlungsmolekül von der genannten Frequenz, dessen Energie U größer als die Dissoziationsarbeit χ ist, es treffen. Das Strahlungsmolekül wird dann durch das Gasmolekül absorbiert und zugleich befreit sich ein Atom aus dem Gasmoleküle. Da dabei, wie gesagt, die ganze Energie des Strahlungsmoleküls dem Gasmoleküle verliehen wird, so muß man verlangen, daß der Überschuß der Energie des Strahlungsmoleküls über die Dissoziationsarbeit des chemischen Moleküls in die kinetische Energie der zersetzten materiellen Gebilde übergeht. Zu bemerken ist dabei, daß diese aus unserer Grundhypothese gelieferte Forderung gerade mit dem experimentellen Ergebnisse völlig übereinstimmend aussagt, daß beim photochemischen Prozesse ein Teil der absorbierten Strahlungsenergie stets in Wärme verwandelt wird. Betreffs des einzelnen Prozesses haben wir die Dissoziationsarbeit χ des chemischen Moleküls allgemein zu unterscheiden von der wirklich zu dessen Zersetzung zu verbrauchenden Energie, welche wir als die „scheinbare" Dissoziationsarbeit bezeichnen dürfen. Wenn χ auch tatsächlich für die betrachteten Gasmoleküle einen und denselben Wert hat, so kann doch die scheinbare Dissoziationsarbeit je für verschiedene einzelne Zerfallprozesse verschieden ausfallen, und zwar ist deren Größe durch die Energie des den Zerfall bewirkenden Strahlungsmoleküls bestimmt.

Wir heben zunächst von den gesamten Zerfallprozessen bloß diejenigen hervor, für welche die scheinbare Dissoziationsarbeit den Wert $ih\nu$ hat, wobei i eine ganze Zahl ist, welche also unter Absorption eines Strahlungsmoleküls von der Frequenz ν und von der i-ten Ordnung erfolgen. Wir wollen als wahrscheinlich festsetzen: Die Anzahl Z_i der pro Zeiteinheit geschehenden Zerfallprozesse genannter Art ist proportional der Anzahl der Zusammenstöße, welche alle vorhandenen Gasmoleküle m pro Zeiteinheit mit den Strahlungsmolekülen von der Frequenz ν und von der i-ten Ordnung erleiden, und folglich auch dem Produkte der Anzahl n der Gasmoleküle und der der Strahlungsmoleküle genannter Art. Bezeichnen wir die Anzahl derartiger Strahlungsmoleküle mit $F_i d\nu$, so können wir setzen:

$$Z_i = A n F_i .$$

Der Proportionalitätsfaktor A hängt ab erstens von der Wahrscheinlichkeit des Zusammentreffens der Gasmoleküle mit dem Strahlungsmoleküle genannter Art und zweitens von der Zersetzungswirkung dieser letzteren. Daß A wohl nicht von i abhängt, zeigt die folgende Überlegung an. Multipliziert man Z_i mit der bei diesen einzelnen Prozessen absorbierten Energie $ih\nu$ und summiert über alle möglichen Werte von i, so bekommt man die gesamte pro Zeiteinheit absorbierte Energiemenge E:

$$E = \sum_i A n i h \nu F_i . \qquad (11)$$

Höchstwahrscheinlich ist diese Energie E der Gesamtenergie der wirksamen Strahlungsmoleküle, d. h. zu $\sum_i i h \nu F_i$ proportional. Das ist aber allgemein nur dann möglich, wenn An von i unabhängig ist.

Die gesamte Anzahl Z der pro Zeiteinheit zerfallenden Gasmoleküle erhalten wir durch Addition von Z_i über alle möglichen Werte von i. Wir drücken sie aus ebenso durch

$$Z = A n \sum_i F_i . \qquad (12)$$

Über den Wiedervereinigungsprozeß stellen wir nun die folgende Überlegung an. Bei jedem Vereinigungsprozesse wird wenigstens die Energiemenge, welche der Dissoziationsarbeit χ gleich ist, wieder befreit. Damit aber diese Energie als ein Strahlungsmolekül von der Frequenz ν emittiert werden kann, muß der Gesamtbetrag der zu befreienden Energie gerade ein ganzes Vielfaches von $h\nu$ sein. Der Überschuß der wirklich zu befreienden Energie über die Dissoziationsarbeit χ des Gasmoleküls muß also durch Verbrauchung der kinetischen Energie der beiden einander treffenden Atome geliefert werden. Die Assoziation der Atome ohne Wärmezufuhr hat deswegen eine Selbstabkühlung der Gasmischung zur Folge.

Angesichts des einzelnen Vereinigungsprozesses dürfen wir wohl noch erwarten, daß ein Strahlungsmolekül von desto größerer Energie emittiert wird, je größer die relative Geschwindigkeit der beiden Atome im Augenblick des Zusammenstoßes ist. Ich brauche jedoch hier nicht weiter darauf einzugehen, sondern es genügt, nur nach der gesamten Anzahl Z' der pro Zeiteinheit sich bildenden Gasmoleküle zu fragen. Dieselbe soll bei einer bestimmten Temperatur, da dabei die mittlere kinetische Energie der Atome jeder Art einen bestimmten Wert hat, überhaupt nur von der gesamten Anzahl der Atome abhängig sein. Wir setzen die Anzahl Z' proportional der Anzahl der pro Zeiteinheit zwischen den beiden Atomarten geschehenden Zusammenstöße und daher auch dem Produkte der Anzahlen der Atome erster und zweiter Art, so daß

$$Z' = A' n_1 n_2 \qquad (13)$$

wird. Die Gleichgewichtsbedingung $Z = Z'$ liefert dann nach (12) und (13)

$$\frac{n_1 n_2}{n} = \frac{A}{A'} \sum_i F_i. \qquad (14)$$

Ein Vergleich von (14) mit (10) ergibt daher

$$\frac{\lambda A}{VA'} \sum_i F_i = e^{-\frac{\chi}{kT}}. \qquad (15)$$

Der Wert von $\sum F_i$ hängt von der Entropie der Strahlung und auch von den Grenzen von i, zwischen denen die Summation zu erstrecken ist, ab. Ist speziell $\chi < h\nu$ und die Strahlung von der schwarzen Natur, so kommt $\sum_i F_i d\nu$ der gesamten Anzahl der Strahlungsmoleküle der schwarzen Strahlung aus, welche durch den Ausdruck (5) gegeben ist, und die Gleichung (15) wird

$$\frac{\lambda A}{VA'} \cdot \frac{8\pi V}{3c_3} \nu^2 = e^{-\frac{\chi}{kT}}. \qquad (15')$$

§ 4. Die photochemische Ausbeute.

Der wichtigen experimentellen Prüfung der oben auseinandergesetzten Theorie kann die genaue Messung der photochemischen Ausbeute dienen. Unter dieser Bezeichnung wollen wir nach E. Warburg[1]) den Bruchteil der gesamten absorbierten Strahlung verstehen, der überhaupt in chemische Energie verwandelt wird.

Die gesamte pro Zeiteinheit absorbierte Strahlungsenergie E ist schon durch (11) dargestellt. Da in derselben Zeit Z Moleküle zersetzt werden, wird die chemische Energie dadurch um

$$E_c = Z\chi = An\chi \sum_i F_i \qquad (16)$$

vermehrt. Für die photochemische Ausbeute s erhalten wir also

$$s = \frac{E_c}{E} = \frac{\chi \sum F_i}{\sum i h\nu F_i}. \qquad (17)$$

Ist wieder $\chi < h\nu$, so ergibt sich für die schwarze Strahlung von der Temperatur T, da dann $\sum i h\nu F_i = \varrho V$ und $\sum F_i = N_0$ ist, nach (8)

$$s = \frac{\chi}{3h\nu}\left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1\right).$$

Bestrahlt man dagegen die Substanz mit einem Strahlenbündel monochromatischer Strahlung, das etwa aus Strahlungsmolekülen erster Ordnung allein besteht, so wird (17) einfach

$$s = \frac{\chi}{h\nu}\,^2). \qquad (18)$$

In einem Experiment[3]) von Warburg über die Ozonisierung des Sauerstoffs erhielt er für s 46 Prozent. Dabei wurde die Strahlung von der mittleren Wellenlänge 0,209 μ benutzt und dementsprechend ist

$$h\nu = 94{,}3 \cdot 10^{-13} \text{ erg}.$$

Die Bildungsarbeit von zwei Ozonmolekülen berechnete er als

$$\chi = 46 \cdot 10^{-13} \text{ erg}.$$

Unter Anwendung der Formel (18) kann man daher die photochemische Ausbeute so finden:

$$s = \frac{46}{94{,}3} = 0{,}488.$$

Die so gute Übereinstimmung des berechneten Wertes von s mit dem experimentell gefundenen könnte allerdings noch nicht als günstig für die Theorie angesehen werden, wohl aber ebensowenig als ungünstig; denn die Natur der benutzten Strahlung (also deren Entropie) ist da nicht völlig bekannt.

Es möge hier noch aufgeklärt werden, wie die Absorption erfolgen soll, wenn die Strahlung, deren Frequenz ν' von der Eigenfrequenz ν des Gasmoleküls verschieden ist, ebenso auch auf dasselbe zersetzend zu wirken vermag. Dabei können auch nur diejenigen Strahlungsmoleküle, deren Ordnungszahl i die Ungleichung $ih\nu' > \chi$ erfüllt, bei gewissen Zusammenstößen mit dem Gasmolekül es zersetzen. Die ganze Energie $ih\nu'$ des Strahlungsmoleküls wird dann absorbiert, ein Teil derselben, welcher der chemischen Verbindungsenergie χ gleich ist, wird als die wirkliche Zersetzungsarbeit verbraucht, und der übrige Teil wird den zerfallenden Atomen als die kinetische Energie zuerteilt. Jedenfalls ist daher die absorbierte Energie nicht durch die chemische Energie χ, sondern durch die Energie der auffallenden Strahlungsmoleküle bestimmt[1]).

Der Wert des Proportionalitätsfaktors A in der Gleichung (12) darf jetzt je nach der Frequenz der wirksamen Strahlung verschieden sein. Immerhin ist die photochemische Ausbeute von diesem letzten Umstand unabhängig, wie aus (17) erhellt.

§ 5. Weitere Beziehungen.

Wir wollen jetzt eine Anwendung des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik auf unser

1) E. Warburg, Berl. Ber. 1911, S. 746.
2) Diese Gleichung entspricht genau der von Warburg (Berl. Ber. 1912, S. 225) aufgestellten Gleichung (2).
3) E. Warburg, Berl. Ber. 1912, S. 225.

1) Dieses Verhältnis gilt ohne weiteres auch bei der Elektronenemission durch ultraviolettes Licht und durch Röntgen- oder γ-Strahlen. Es scheint mir übrigens wahrscheinlich, daß die Dissoziationsarbeit der ziemlich lose gebundenen Elektronen klein ist gegen den Wert des den letzterwähnten Strahlen entsprechenden $h\nu$. Die Elektronen werden somit allgemein mit der kinetischen Energie von derselben Größenordnung wie die Energie der auffallenden Strahlungsmoleküle emittiert.

System, welches sich im thermodynamischen Gleichgewicht befinden soll, behandeln. Wir bringen das ganze System mit einem unendlich großen Wärmereservoir von derselben Temperatur T in dauernde wärmeleitende Verbindung und denken uns eine virtuelle Änderung herbeigeführt, derart, daß eine gewisse Menge des chemisch verbundenen Gases zersetzt wird unter konstant gehaltenem Gesamtgasdruck und unter gleichzeitiger Absorption der Strahlungsenergie δE. Dies Verfahren unterscheidet sich von dem im § 1 erwähnten dadurch, daß hier die Gas- und Strahlungstemperatur im Gleichgewicht stets als dieselben aufgefaßt sind, während man im § 1 nach Einstein es mit einem außergewöhnlichen thermodynamischen Gleichgewichte, wo die beiden genannten Temperaturen verschieden sind, zu tun hatte. Die dort gegebenen Gleichungen werden doch noch gültig, wenn man durchgehend $T_s = T$ setzt. So erhalten wir aus (3) auch für gegenwärtig richtig

$$\delta S_g - \frac{\delta E_g}{T} = 0. \tag{19}$$

Diese Gleichung ist aber nichts anderes als die oben geschriebene (3′) und als dieselbe Gleichung in der gewöhnlichen Theorie der Dissoziation, welche meiner Ansicht nach immer zutreffend ist, unabhängig von der speziellen Art des Zersetzungsprozesses.

Indem man die Atome erster und zweiter Art und die verbundenen Moleküle als drei verschiedene Arten idealer Gase betrachtet, und einstweilen nach der gewöhnlichen Auffassung ihre spezifischen Wärmen als von der Temperatur unabhängig behandelt, erhält man auf Grund der Gleichung (19) die bekannte Beziehung für das Dissoziationsgleichgewicht[1]):

$$\frac{n_1 n_2}{n} = \frac{\alpha V e^{-\frac{\beta}{T}} T^\gamma}{p}, \tag{20}$$

wobei gesetzt ist:

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \frac{\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3}{R}, \\ \beta &= \frac{\beta_1 + \beta_2 - \beta_3}{R}, \\ \gamma &= \frac{C_{p_1} + C_{p_2} - C_{p_3}}{R}, \end{aligned}\right| \tag{21}$$

wenn man unter α_1, α_2, α_3 die additive Konstante in den Entropieausdrücken der Gasatome erster und zweiter Art bzw. der gebundenen Gasmoleküle, unter β_1, β_2, β_3 die Energieinhalte pro Gramm-Mol bei $T = 0$, unter C_{p_1}, C_{p_2}, C_{p_3} die Wärmekapazitäten pro Gramm-Mol bei konstantem Druck, und schließlich unter R die absolute Gaskonstante versteht.

Vergleicht man die rechte Seite von (20) mit der von (10), so ergibt sich

$$\frac{V}{\lambda} e^{-\frac{\chi}{kT}} = \frac{\alpha V e^{-\frac{\beta}{T}} T^\gamma}{p}. \tag{22}$$

Zwischen den Konstanten k und R besteht nun die Beziehung:

$$\frac{k}{R} = \frac{N_1}{n_1} = \frac{N_2}{n_2} = \frac{N}{n}, \tag{23}$$

worin N_1, N_2 und N die Anzahl der Grammmoleküle der Gasatome beider Arten bzw. der gebundenen Gasmoleküle sind. Da $N_1\beta_1$ die Gesamtenergie der Gasatome erster Art bei $T = 0$, d. h. deren gesamte intramolekulare Energie wird, so ist $\frac{N_1\beta_1}{n_1}$ die innere Energie pro ein Atom erster Art. Ebenso sind $\frac{N_2\beta_2}{n_2}$ und $\frac{N\beta_3}{n}$ zu verstehen. Berücksichtigt man, daß die Dissoziationsarbeit χ des gebundenen Gasmoleküls nichts anderes ist als der Überschuß der Summe der inneren Energien der einzelnen Atome beider Arten über die innere Energie eines Gasmoleküls, so ergibt sich

$$\chi = \frac{N_1\beta_1}{n_1} + \frac{N_2\beta_2}{n_2} - \frac{N\beta_3}{n},$$

oder mittels (21) und (23)

$$\frac{\chi}{k} = \beta. \tag{24}$$

Die Gleichung (22) vereinfacht sich wegen (24) in

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\alpha T^\gamma}{p},$$

oder, nach λ aufgelöst, wird

$$\lambda = \frac{p}{\alpha T^\gamma}. \tag{25}$$

Dadurch wird die Abhängigkeit der Größe λ von der Temperatur und vom Druck bestimmt. Für das Verhältnis $A : A'$ erhalten wir auch aus (15) und (25)

$$\frac{A'}{A} = \frac{p}{\alpha T^\gamma V} e^{\frac{\chi}{kT}} \Sigma F_i. \tag{26}$$

Am Schlusse wollen wir noch eine wichtige Bemerkung über den photochemischen Vorgang angeben.

Die Entropie S einer beliebigen Strahlung wird durch die Gleichung (6) gegeben, sie hängt

1) Vgl. z. B. M. Planck, Thermodynamik (3. Aufl., 1911), S. 221—222. Man erhält unsere Gleichung (20), wenn man in der Planckschen (203a) $\nu_1 = 1$, $\nu_2 = 1$, $\nu_3 = -1$ setzt.

von einer Größe f ab, welche der Anzahl der auf ein Strahlungsmolekül durchschnittlich entfallenden Energiequanten ($h\nu$) proportional ist. Wir denken uns z. B. eine monochromatische Strahlung von der Frequenz ν, die aber aus Strahlungsmolekülen von einer bestimmten Ordnung i allein besteht. Bringen wir in diesen Strahlungsraum ein im thermodynamischen Gleichgewicht befindliches, photochemisch zersetzbares Gas, dessen molekulare Dissoziationsarbeit χ kleiner als $h\nu$ ist, ein, so muß die Strahlung sich nach Entstehung eines neuen, stationären Zustandes durch Einwirkung des Gases ganz in die Strahlung von der schwarzen Natur verändern, d. h. in die, welche Strahlungsmoleküle aller möglichen Ordnungen enthält, und zwar für welche die Größe f gerade den Wert (7) hat. Die einzelnen Prozesse können nach der obigen Theorie folgendermaßen aufgefaßt werden. Die ursprünglich vorhandenen Strahlungsmoleküle von der Ordnung i werden bei gewissen günstigen Zusammenstößen mit den Gasmolekülen durch diese absorbiert, was gleichzeitige Zersetzung dieser letzteren bewirkt. Die durch Zerfall erzeugten Einzelatome werden andererseits wieder bei gewissen Zusammenstößen miteinander in die Gasmoleküle vereinigt unter gleichzeitiger Emission der Strahlungsmoleküle verschiedener Ordnungen. Diese Wirkungen führen also den Zustand des Systems schließlich in den wahrscheinlichsten, in welchem sich die Strahlung als von der schwarzen Natur verhält.

München, 4. September 1912.

Nachtrag.

Ich möchte hier besonders betonen, daß ich in der vorstehenden Arbeit keine Annahme über die räumliche Form des Strahlungsmoleküls gemacht habe. Ich habe nur behauptet, daß jeder Bestandteil der Strahlungsenergie, welchem eine gewisse Anzahl der unabhängigen Variabeln zuzuordnen ist, die von anderen Teilen unabhängige Selbstexistenz beanspruchen soll, wie ich lediglich in dieser Hinsicht ihn das Strahlungsmolekül genannt habe, und daß daran der experimentell nachgewiesene, quantenhafte Umsatz der Strahlungsenergie anzuschließen ist. Ob das Strahlungsmolekül noch eine bestimmte, räumlich begrenzte Form hat, wird eine andere offene Frage sein, welche doch keinen unmittelbaren Einfluß auf das oben behandelte Problem hat. Immerhin scheint die erwähnte Tatsache, daß die Energie eines Strahlungsmoleküls immer nur als Ganzes umgesetzt wird, der Hypothese der zellenhaften Struktur des Strahlungsmoleküls eine große Wahrscheinlichkeit zu verleihen. Wenngleich dabei die elektromagnetische Theorie für das elementare Feld in ihrer bisherigen Form ihre Gültigkeit verliert, so dürfte man jedoch die Möglichkeit erreichen, die Theorie auch dabei brauchbar zu modifizieren. So möchte ich ganz besonders auf eine von Stark in seinem neuesten Buche[1]) erwähnte Modifikation hinweisen, nach welcher einem Elektron das elementare Kraftfeld zylindrischer Form zugeordnet wird. Dadurch wird also der Gültigkeitsbereich der elektromagnetischen Feldgleichungen auf einen Raum um das Elektron beschränkt, doch noch bleiben die Gleichungen selbst unverändert, so daß z. B. die Interferenz und die Beugung auch genau so wie bisher erklärt werden können.

Den von Planck vorgeschlagenen Weg[2]), wo es, infolge der Ausschließung kontinuierlicher Ausstrahlung bei Elektronenbewegungen, einer prinzipiellen Umformulierung der Feldgleichungen bedarf, möchte ich mir als bedenklich und als kaum verfolgbar denken.

1) J. Stark, Prinzipien der Atomdynamik, II, S. 265 u. S. 284, 1911.
2) M. Planck, Ann. d. Phys., l. c.

10. Oktober 1912.

(Eingegangen 13. Oktober 1912.)

Analyse von Abklingungskurven.

Von Franz Aigner und Ludwig Flamm.

(Mitgeteilt aus den Sitzungsberichten der k. Akademie der Wissenschaften in Wien[1]).)

Abklingungskurven, wie sie in der Radioaktivität oder für die Amplituden gedämpfter Schwingungen auftreten, haben theoretisch die Gestalt:

$$y(t) = u_1 e^{\alpha_1 t} + u_2 e^{\alpha_2 t} + \cdots + u_n e^{\alpha_n t}. \quad (1)$$

Die Abszisse t bedeutet die Zeit und die Größen $\alpha_1, \alpha_2, \cdots \alpha_n$ und $u_1, u_2, \cdots u_n$ sind Konstanten. Für den kurzlebigen aktiven Beschlag der *Ra*-Emanation zum Beispiel ist $n = 3$ und die Formel für den Sättigungsstrom y hat die Gestalt:

$$y(t) = ue^{\alpha t} + ve^{\beta t} + we^{\gamma t}. \quad (2)$$

Die Größen $-\alpha$, $-\beta$ und $-\gamma$ heißen die Abklingungskonstanten und sind charakteristische Werte für die den aktiven Beschlag bildenden drei radioaktiven Substanzen *RaA*, *RaB* und *RaC*. Die Werte der Konstanten u, v, w hängen hingegen außer von den Abklingungskonstanten

1) Mathem.-naturw. Klasse, Bd. CXXI, Abt. IIa, Oktober 1912.

von der Dauer der Aktivierung, den Reichweiten der auftretenden α-Strahlen, den Dimensionen des Meßkondensators und anderem mehr in meist komplizierter Weise ab und man muß eigene Versuchsanordnungen treffen, damit ihr Bau einigermaßen einfach wird. Im folgenden soll nun eine Methode entwickelt werden, die Abklingungskonstanten aus beliebig erhaltenen empirischen Abklingungskurven zu bestimmen, ohne über die quantitativen Faktoren u, v, w von vornherein etwas wissen zu müssen. Zum Schlusse sind einige praktische Beispiele gegeben sowie eine weitere Anwendungsmöglichkeit der Methode, nämlich auch Schwingungsperioden zu bestimmen.

Es sei für eine Kurve von der Gestalt (2) die zur Abszisse t_1 gehörige Ordinate a_1. Geht man immer um das gleiche beliebig wählbare Intervall τ auf der Abszissenachse weiter, so erhalte man der Reihe nach die weiteren Ordinaten a_2, a_3 und a_4. Führt man ferner die Bezeichnungen ein

$$e^{\alpha\tau} = x, \quad e^{\beta\tau} = y, \quad e^{\gamma\tau} = z,$$

so gelten also die Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} v(t_1) &= ue^{\alpha t_1} + ve^{\beta t_1} + we^{\gamma t_1} = a_1,\\ v(t_1+\tau) &= ue^{\alpha t_1}x + ve^{\beta t_1}y + we^{\gamma t_1}z = a_2,\\ v(t_1+2\tau) &= ue^{\alpha t_1}x^2 + ve^{\beta t_1}y^2 + we^{\gamma t_1}z^2 = a_3,\\ v(t_1+3\tau) &= ue^{\alpha t_1}x^3 + ve^{\beta t_1}y^3 + we^{\gamma t_1}z^3 = a_4. \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Das Zusammenbestehen dieser vier Gleichungen erfordert:

$$\begin{vmatrix} 1, & 1, & 1, & a_1\\ x, & y, & z, & a_2\\ x^2, & y^2, & z^2, & a_3\\ x^3, & y^3, & z^3, & a_4 \end{vmatrix} = 0. \quad (4)$$

Damit sind bereits die Größen u, v, w eliminiert. Gleichzeitig sind aber auch die Größen $e^{\alpha t_1}$, $e^{\beta t_1}$, $e^{\gamma t_1}$ aus der Gleichung herausgefallen. Daher gilt dieselbe Gleichung (4) auch für vier beliebige andere Ordinaten in dem gleichen Intervalle τ, welche statt bei $t = t_1$ bei einer beliebigen anderen Abszisse beginnen. Seien b_1, b_2, b_3, b_4, c_1, c_2, c_3, c_4 und d_1, d_2, d_3, d_4 drei weitere solche äquidistante Reihen beginnend bei t gleich t_2, t_3 und t_4, so gilt die lineare Gleichung (4) auch für jede von ihnen. Das Zusammenbestehen dieser vier Gleichungen erfordert:

$$\begin{vmatrix} a_1, & a_2, & a_3, & a_4\\ b_1, & b_2, & b_3, & b_4\\ c_1, & c_2, & c_3, & c_4\\ d_1, & d_2, & d_3, & d_4 \end{vmatrix} = 0. \quad (5)$$

Für eine Kurve von der Gleichung (2) verschwinden somit die Determinanten 4. Ordnung aus äquidistanten Ordinatenreihen mit gleichem Intervalle τ und allgemein für Kurven von der Gleichung (1) die analog gebauten Determinanten $(n+1)$ter Ordnung.

Wenn man weiter voraussetzt, daß die Unterdeterminanten 3. Ordnung in (5) nicht alle verschwinden, und zwar sei speziell

$$\begin{vmatrix} a_1, & a_2, & a_3\\ b_1, & b_2, & b_3\\ c_1, & c_2, & c_3 \end{vmatrix} \neq 0, \quad (6)$$

so kann sich Ansatz (2) nicht auf bloß zwei e-Funktionen reduzieren. Darum müssen α, β, γ und mithin auch x, y, z untereinander verschieden sein.

Subtrahiert man in Gleichung (4) von jeder Zeile der Determinante die mit x multiplizierte vorhergehende, so erhält man weiter:

$$\begin{vmatrix} 1, & 1, & 1 & a_1\\ 0, & y-x, & z-x, & a_2-xa_1\\ 0, & y^2-xy, & z^2-xz, & a_3-xa_2\\ 0, & y^3-xy^2, & z^3-xz^2, & a_4-xa_3 \end{vmatrix} =$$

$$= (y-x)(z-x)\begin{vmatrix} 1, & 1, & a_2-xa_1\\ y, & z, & a_3-xa_2\\ y^2, & z^2, & a_4-xa_3 \end{vmatrix} = 0.$$

Und, da x, y, z untereinander verschieden sind:

$$\begin{vmatrix} 1, & 1, & a_2-xa_1\\ y, & z, & a_3-xa_2\\ y^2, & z^2, & a_4-xa_3 \end{vmatrix} = 0. \quad (7)$$

Eine abermalige Anwendung des Verfahrens gibt:

$$\begin{vmatrix} 1, & (a_3-xa_2)-y(a_2-xa_1)\\ z, & (a_4-xa_3)-y(a_3-xa_2) \end{vmatrix} = 0. \quad (8)$$

Nach Ausrechnen der Determinante und Ordnen der Glieder erhält man:

$$\left.\begin{aligned} a_4-(x+y+z)a_3 +\\ +(yz+zx+xy)a_2 - xyza_1 = 0. \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

Nach dem oben Gesagten kann man gleich die weiteren Gleichungen darunter setzen:

$$\begin{aligned} b_4-(x+y+z)b_3 +\\ +(yz+zx+xy)b_2 - xyzb_1 = 0,\\ c_4-(x+y+z)c_3 +\\ +(yz+zx+xy)c_2 - xyzc_1 = 0. \end{aligned}$$

Nennt man die Determinanten, die man aus der Matrix

$$\begin{vmatrix} a_1, & a_2, & a_3, & a_4\\ b_1, & b_2, & b_3, & b_4\\ c_1, & c_2, & c_3, & c_4 \end{vmatrix} \quad (10)$$

durch Unterdrückung der 1., 2., 3. bis 4. Kolonne erhält, bzw. D_1, D_2, D_3, D_4, so liefert das Gleichungssystem die Auflösung:

$$\frac{1}{D_4} = \frac{x+y+z}{D_3} = \frac{yz+zx+x}{D_2} = \frac{yxyz}{D_1} \quad (11)$$

oder die Größen x, y, z sind nach einem bekannten Satz der Algebra die Wurzeln der Gleichung dritten Grades:

$$D_4 s^3 - D_3 s^2 + D_2 s - D_1 = 0. \quad (12)$$

Und weiter ergeben sich die negativen Abklingungskonstanten aus der Beziehung:

$$\alpha = \frac{1}{\tau} \ln x, \quad \beta = \frac{1}{\tau} \ln y, \quad \gamma = \frac{1}{\tau} \ln z. \quad (13)$$

Es soll noch hervorgehoben werden, daß in der Matrix (10) die Ordinaten verschiedener Reihen teilweise zusammenfallen dürfen. Mit der geringsten Zahl von Ordinaten kommt man aus, wenn man der Rechnung die Matrix zugrunde legt:

$$\begin{vmatrix} a_1, & a_2, & a_3, & a_4 \\ a_2, & a_3, & a_4, & a_5 \\ a_3, & a_4, & a_5, & a_6 \end{vmatrix} \quad (10^*)$$

Die Zahl der verwendeten Ordinaten ist dann gleich der Zahl der Unbekannten α, β, γ, u, v, w.

Es läßt sich allgemein zeigen, daß im Falle der Gleichung (1) ganz analog eine Matrix von n Zeilen mit $n+1$-Ordinaten im konstanten Intervalle τ aufzustellen ist und man ebenso wie bei (10) die Determinanten $D_1, D_2, \cdots D_{n+1}$ zu bilden hat. Die Größen $\alpha_1, \alpha_2, \cdots \alpha_n$ berechnen sich nach Formel (13) aus den Wurzeln der Gleichung $n$ten Grades:

$$D_{n+1} s^n - D_n s^{n-1} + \cdots + (-1)^n D_1 = 0. \quad (14)$$

Es kann vorkommen, daß man eine Abklingungskonstante bereits kennt; es sei dies die Abklingungskonstante der ersten e-Funktion. Dann sind die Ausdrücke der letzten Kolonne in Determinante (7) bekannte Größen und man kann sie als die Ordinatenreihen einer Kurve auffassen, die sich nur mehr aus den beiden übrigen e-Funktionen zusammensetzt, so daß man mit ihnen nur mehr die Gleichung zweiten Grades aufzustellen hat. Dazu ist auch der Fall zu rechnen, daß eine Kurve in der Gestalt dargestellt werden soll

$$y = u + v e^{\beta t} + w e^{\gamma t},$$

wie die sogenannten Erholungskurven in der Radioaktivität. Man hat nur von vornherein zu nehmen $\alpha = 0$, also $x = 1$. Die der weiteren Rechnung zugrunde zu legenden Ordinatenreihen sind hier somit die Differenzen in den ursprünglichen. Kennt man α und β, so bildet man als neue Ordinatenreihen die Ausdrücke der letzten Kolonne in (8) und hat nur mehr eine Gleichung ersten Grades aufzustellen. Kennt man alle drei Abklingungskonstanten, so kann (9) als Kriterium verwendet werden, ob sich eine gegebene empirische Kurve durch sie wirklich darstellen läßt.

Infolge Voraussetzung (6) kann man Gleichung (12) auf die Gestalt bringen:

$$s^3 + A s^2 + B s + C = 0. \quad (15)$$

Dann gelten in Übereinstimmung mit (11) die Beziehungen

$$-(x+y+z) = A, \quad yz + zx + xy = B, \quad -xyz = C.$$

Dies liefert in (9) eingesetzt:

$$a_4 + A a_3 + B a_2 + C a_1 = 0. \quad (16)$$

Zwischen vier beliebigen Ordinaten im gleichen Intervalle τ besteht also die lineare Relation (16), deren Koeffizienten identisch sind mit den Koeffizienten der Gleichung (15), welche die Abklingungskonstanten liefert. Man kann also durch Ausmessen einer gegebenen empirischen Kurve beliebig viele Gleichungen (16) aufstellen und die gesuchten Koeffizienten A, B, C auch nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmen. Wenn für dieselben Abklingungskonstanten verschiedene empirische Kurven vorliegen mit ganz verschiedenen Faktoren u, v, w, etwa Abklingungskurven des kurzlebigen aktiven Beschlages, der durch verschieden lange Exposition in *Ra*-Emanation erhalten wurde, so können auf dieselbe Weise alle diese Kurven gleichzeitig herangezogen werden, um beliebig viele Gleichungen (16) für dieselben Koeffizienten A, B, C aufzustellen. Die Ausdehnung sämtlicher Resultate auf den allgemeinen Fall (1) bedarf keiner weiteren Erklärung.

Wir lassen nun sofort einige Beispiele folgen, an welche sich auch die Diskussion der Wurzeln anknüpfen soll.

1. Beispiel. Wir entnehmen der Tabelle für die theoretische Abklingung der β-Strahlung von induzierter Radioaktivität von P. Gruner[1]):

Formel: $J = 4{,}2\, e^{-\lambda_4 t} - 3{,}2\, e^{-\lambda_3 t}$

$(\lambda_3 = 0{,}000538, \ \lambda_4 = 0{,}000413)$

$0^m \cdots a_1 = 1{,}0000,$

$30^m \cdots a_2 = 0{,}7820,$

$60^m \cdots a_3 = 0{,}4882,$

$90^m \cdots a_4 = 0{,}2764.$

Wir haben also $\tau = 30^m$ gewählt. Wir wollen nun umgekehrt aus den obigen Ordinaten die beiden Abklingungskonstanten berechnen, wobei wir uns auf die geringste Anzahl von 4 Ordinaten beschränkt haben. Die Berechnung ergibt:

$$D_1 = a_2 a_4 - a_3^2 = -0{,}022194,$$
$$D_2 = a_1 a_4 - a_2 a_3 = -0{,}105372,$$
$$D_3 = a_1 a_3 - a_2^2 = -0{,}123324.$$

Die quadratische Gleichung

$$D_1 - D_2 s + D_3 s^2 = 0$$

liefert die Wurzeln

$$s_1 = 0{,}376, \ s_2 = 0{,}479$$

und daher die Abklingungskonstanten

$$-\alpha = 0{,}000543, \ -\beta = 0{,}000409.$$

1) Jahrb. d. Rad. u. El. **3**, 118, 1906.

2. Beispiel. Wir entnehmen einer nach der Formel

$$bc\left[\frac{e^{-at}}{(a-b)(a-c)}+\frac{e^{-bt}}{(a-b)(c-b)}-\frac{e^{-ct}}{(a-c)(c-b)}\right]$$

berechneten Tabelle für RaC[1]) folgende Werte:

$$\left(a=0{,}00385\ \frac{1}{\text{sec}},\ b=0{,}000433\ \frac{1}{\text{sec}},\right.$$
$$\left.c=0{,}000593\ \frac{1}{\text{sec}}\right)$$

$0^{m}\cdot\cdot a_1=0,\quad 5^{m}\cdot\cdot b_1=0{,}7279,$
$10^{m}\cdot\cdot a_2=1{,}928,\quad 15^{m}\cdot\cdot b_2=2{,}985,$
$20^{m}\cdot\cdot a_3=3{,}77,\quad 25^{m}\cdot\cdot b_3=4{,}294,$
$30^{m}\cdot\cdot a_4=4{,}599,\quad 35^{m}\cdot\cdot b_4=4{,}735,$

$40^{m}\cdot\cdot c_1=4{,}74,$
$50^{m}\cdot\cdot c_2=4{,}495,$
$60^{m}\cdot\cdot c_3=4{,}053,$
$70^{m}\cdot\cdot c_4=3{,}537.$

Wir haben also hier $\tau=10^{m}$ gewählt und wollen wieder umgekehrt die drei Abklingungskonstanten aus den 12 Ordinaten berechnen. Die Berechnung ergibt:

$$D_1=-\ 0{,}409456531,$$
$$D_2=-\ 5{,}130823275,$$
$$D_3=-\ 11{,}715229927,$$
$$D_4=-\ 7{,}452530458.$$

Die Gleichung dritten Grades lautet:

$$s^3-1{,}57198\,s^2+0{,}688467\,s-0{,}0549419=0.$$

Sie liefert die Wurzeln

$$s_1=0{,}10203,\quad s_2=0{,}7762,\quad s_3=0{,}6938.$$

Daher sind die Abklingungskonstanten:

$$-\alpha=0{,}00380,\quad -\beta=0{,}000422,\quad -\gamma=0{,}000609.$$

Es muß bemerkt werden, daß die Ordinaten der Matrix (10) nicht unabhängig voneinander sind, wenn ihre Ordinatenreihen ein und derselben Kurve (2) angehören sollen; denn zur vollständigen Aufstellung ihrer Gleichung müssen nach Bestimmung der Größen α, β, γ auch noch die Faktoren u, v, w aus linearen Gleichungen berechnet werden. Aber jede der drei Ordinatenreihen in Matrix (10) wird im allgemeinen verschiedene Lösungen für u, v, w geben. Die Gleichheit der Lösungen für u erfordert die Bedingungsgleichungen:

$$[a_1yz-a_2(y+z)+a_4]\,e^{-\alpha t_1}=$$
$$=[b_1yz-b_2(y+z)+b_3]\,e^{-\alpha t_2}=$$
$$=[c_1yz-c_2(y+z)+c_3]\,e^{-\alpha t_3}.$$

Die Vertauschung von y, z mit z, x, bzw. x, y und α mit β, bzw. γ gibt die analogen Bedingungsgleichungen für v bzw. w. Bedient man sich aber bei Bestimmung der α, β, γ der Matrix (10*), so erhält man ein Wertetrippel u, v, w, das sämtlichen verwendeten Ordinaten Genüge leistet.

3. Beispiel. Die vier Ordinaten in dem konstanten Intervalle $\tau=1$

$$a_1=0,\ a_2=1,\ a_3=0,\ a_4=-1$$

sollen durch zwei e-Funktionen befriedigt werden. Man wird auf die Gleichung geführt

$$s^2+1=0$$

mit den Wurzeln $+i$ und $-i$. Es handelt sich also um die Bedeutung von zwei konjugiert imaginären Wurzeln

$$s_1=re^{i\varphi},\ s_2=re^{-i\varphi}.$$

Wie man sich leicht überzeugt, führen diese beiden Wurzeln auf eine Lösung in reeller Gestalt

$$e^{\frac{\ln r}{\tau}t}\left(m\cos\frac{\varphi}{\tau}t+n\sin\frac{\varphi}{\tau}t\right),$$

worin m und n an Stelle von u und v auftretende reelle Konstante bedeuten. Ein solches konjugiert komplexes Wurzelpaar bringt uns also die Größe einer in der Kurve vorhandenen Periode $\frac{2\pi\tau}{\varphi}$ zur Kenntnis. Im gegebenen Zahlenbeispiel ist $r=1$ und $\varphi=\frac{\pi}{2}$, also die Lösung eine ungedämpfte Schwingung von der Form

$$y=m\cos\frac{\pi}{2}t+n\sin\frac{\pi}{2}t.$$

4. Beispiel. Die vier Ordinaten im konstanten Intervalle $\tau=1$

$$a_1=m,\ a_2=m+n,\ a_3=m+2n,$$
$$a_4=m+3n$$

sollen durch zwei e-Funktionen befriedigt werden. Hier kommt man auf die Gleichung

$$s^2-2s+1=0$$

mit zwei gleichen Wurzeln $+1$, $+1$. Der Ausdruck $ue^{\alpha t}+ve^{\beta t}$ geht, wie man sich leicht überzeugt, im Grenzfalle für $\beta=\alpha$ in den Ausdruck über

$$e^{\alpha t}(p+qt),$$

worin p und q zwei neue Konstanten an Stelle von u und v bedeuten.

Im gegebenen Zahlenbeispiel ist $\alpha=0$ und die Lösung lautet mithin

$$y=p+qt.$$

Zum Schlusse sei noch erwähnt, daß eine negative reelle Wurzel der Gleichung (14) bloß auf eine komplexe Lösung y führt, eine reelle Kurve mithin in diesem Falle durch den gemachten Ansatz (1) nicht dargestellt werden kann.

1) P. Curie, Die Radioaktivität **2**, 344 (letzte Kolonne), Leipzig 1912.

Nachtrag.

Im folgenden wird noch angegeben, wie man die Analyse gestalten kann, wenn die Zahl der Abklingungen von vornherein unbekannt ist. Das gleiche Verfahren wird man bei gut beobachteten Abklingungskurven auch sonst oft mit Vorteil anwenden.

Zunächst trägt man über den ganzen Abszissenbereich, über welchen sich die Beobachtungen erstrecken, eine Reihe hinreichend dichter äquidistanter Punkte auf und mißt die dazu gehörigen Ordinaten $a_1, a_2, \cdots a_N$. Dann stellt man alle Determinanten zweiter Ordnung von der Gestalt auf:

$$\begin{vmatrix} a_n, & a_{n+1} \\ a_{n+1}, & a_{n+2} \end{vmatrix}$$

Wenn diese Größen von einer bestimmten ab sämtlich gleich Null sind, so kann man die Kurve in diesem Endbereich bereits durch eine einzige e-Funktion darstellen, nämlich die am schwächsten abklingende, während alle übrigen stärker abklingenden e-Funktionen bereits unmerklich geworden sind. Ist dieser Endbereich nicht zu klein, so gibt die Analyse der zugehörigen Kurve bereits eine Abklingungskonstante. Haben die Determinanten zweiter Ordnung auf keinen solchen geeigneten Endbereich geführt, so bildet man alle Determinanten dritter Ordnung von der Gestalt:

$$\begin{vmatrix} a_n, & a_{n+1}, & a_{n+2} \\ a_{n+1}, & a_{n+2}, & a_{n+3} \\ a_{n+2}, & a_{n+3}, & a_{n+4} \end{vmatrix}$$

Existiert ein Endbereich, in welchem sämtliche Glieder dieser Reihe verschwinden, so läßt sich die Kurve in diesem Gebiete durch bloß zwei e-Funktionen darstellen. Das wird immer der Fall sein bei Kurven mit zwei schwachen Abklingungen von wenig verschiedener Abklingungskonstante oder, wenn mit der schwächsten Abklingung auch eine Oszillation verknüpft ist. Die Analyse dieses Endgebietes liefert uns also die Kenntnis dieser beiden (eventuell konjugiert imaginären) Abklingungskonstanten. Nötigenfalls hat man noch die analogen Determinanten vierter Ordnung aufzustellen und so weiter, aber schließlich muß jede Abklingungskurve ein solches geeignetes Endgebiet besitzen. Man kann sich also auf diese Weise immer die Kenntnis einer oder mehrerer Abklingungskonstanten verschaffen. Das gleiche Verfahren wiederholt man an der Kurve im komplementären Anfangsbereich, nachdem man vorerst mit Hilfe der bereits bekannten Abklingungskonstanten aus einer (eventuell dichter gewählten) äquidistanten Ordinatenreihe die neue Ordinatenreihe aufgestellt hat, in der diese Abklingungen nicht mehr vorkommen. Man setzt das gleiche Verfahren so lange fort, bis kein Anfangsbereich mehr zurückbleibt. Dann hat man die Abklingungskurve vollständig analysiert.

Wien, Physikalisches Laboratorium der k. k. Technischen Hochschule.

(Eingegangen 8. November 1912.)

Unipolare Induktion und im Magnetfeld rotierender Kondensator. (Unipolar Induction and Condenser Rotating in Magnetic Field.)

Von E. H. Kennard.

Im 17. Heft dieses Jahrganges (S. 803) beschreibt Herr Barnett einen Versuch, der einen Schritt weiter geht als jener, den ich selbst im Frühjahr 1911 in Oxford angestellt und im Junihett dieses Jahrganges des Philosophical Magazine beschrieben habe. Herr Barnett stimmt aber den Folgerungen, die ich aus meinen Ergebnissen gezogen habe, und die er a fortiori auch aus seinen ziehen müßte, nicht zu.

Herrn Barnetts Haupteinwand geht dahin, daß ich es vernachlässigt hätte: „die elektromotorischen Kräfte gebührend zu berücksichtigen, die in dem Dielektrikum entwickelt werden". Bei meinem Versuch kreiste ein Magnet im Innern eines Zylinders, auf dem ich eine Ladung suchte. Hier ist das in Rede stehende Dielektrikum offenbar die Außenluft. Herr Barnett ließ ein Solenoid um einen Zylinderkondensator kreisen; er sagt aber, der Zylinder „kann auch nach der Hypothese von den bewegten Linien keine Ladung erhalten; denn die gesamte elektromotorische Kraft rings um einen geschlossenen Stromkreis, der aus dem Kurzschlußdraht [des Kondensators] und irgendeiner durch das Dielektrikum gehenden Linie besteht, ist in diesem Falle null".

Wir können zunächst bemerken, daß diese Überlegung Herrn Barnetts eigenen Schluß über die Relativbewegung zunichte machen würde. In seinem „Fall I" trifft es nämlich gleichfalls zu, daß „die gesamte elektromotorische Kraft rings um einen geschlossenen Stromkreis .... null" ist. (Die Luft im Kondensator muß mit diesem zusammen kreisen können, damit die relative Bewegung aller Teile in beiden Fällen dieselbe bleibt.) Nach seiner Überlegung kann somit der Kondensator auch in diesem Falle nicht geladen werden, und seine Schlußfolgerung fällt in sich zusammen.

Dies trifft tatsächlich nach der bekannten Theorie von H. Hertz zu. Er identifizierte

nämlich die elektromotorische Kraft und die elektrische Kraft $\mathfrak{E}$ und nahm $\operatorname{div}(\varepsilon\mathfrak{E}) = 4\pi\varrho$ an. Unter diesen Voraussetzungen kann man leicht dartun, daß in einem stromlosen, geschlossenen Leiter durch seine Bewegung als starrer Körper in einem außerhalb auftretenden Magnetfeld keine Ladungen erzeugt werden können.

Aber diese beiden Annahmen können wir nicht beide machen, wenn wir entweder die Lorentzsche Theorie oder die Theorie der bewegten Kraftlinien für die elektromagnetische Induktion annehmen, und zwar aus dem einfachen Grunde, daß nach diesen Theorien die induzierte elektromotorische Kraft häufig der Laplaceschen Gleichung im freien Raume nicht genügt. Wir gelangen mithin wieder zu der allgemeinen Tatsache, daß die Ladungen in dem System in erster Linie von der E.M.K. in den Leitern abhängen, und daß der Einfluß des Dielektrikums höchstens von der Größenordnung sein kann wie sein Einfluß auf die Kapazität des Systems. Wenn nämlich das Dielektrikum der freie Äther ist, so kann irgendwelche in ihm induzierte Kraft keinen Einfluß auf die elektrische Verteilung haben. In Luft kann auch eine Polarisation der Luftmoleküle stattfinden, aber deren Einfluß muß gering sein.

Da mein eigener Apparat theoretisch schwer zu behandeln ist, wollen wir für eine eingehendere Untersuchung einen Kondensator nehmen, der sich zusammensetzt aus einem langen, festen Metallzylinder vom Halbmesser a, der von einem homogenen Dielektrikum umgeben ist, und aus einem langen, koaxialen Metallzylinder vom Halbmesser b; beide Zylinder seien durch einen Kurzschlußdraht miteinander verbunden. Das Magnetfeld sei parallel zur Achse. Nach der Theorie der bewegten Linien hängt das Ergebnis nur von der relativen Bewegung zwischen Kondensator und Magnetsystem ab. Wir wollen demnach annehmen, daß sich der Kondensator mit der Winkelgeschwindigkeit ω drehe. Wir können versuchsweise die von Lorentz angegebene Form für die Beziehung zwischen der elektromotorischen Kraft E', der elektrischen Kraft E und der Verschiebung D annehmen. Dann werden alle in Frage kommenden Grundformeln für diesen Fall dieselben wie nach der Lorentzschen Theorie (wenigstens, wenn der Kondensator unmagnetisch ist). Wir haben daher:

$$\mathfrak{E}' = \mathfrak{E} + \frac{1}{c}[\mathfrak{w}\mathfrak{B}]^{1}),$$

oder im vorliegenden Falle, da $\mathfrak{E}'$ und $\mathfrak{E}$ radial sind,

$$E' = E + \frac{\omega B}{c} r.$$

Es sei S_2 die innere Fläche des äußeren Zylinders, S_1 die Oberfläche des inneren. Dann ist im Material des Kurzschlußdrahtes $E' = 0$, mithin

$$0 = -\frac{d\varphi}{dr} + \frac{\omega B}{c} r,$$

und

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\omega B}{2c}(b^2 - a^2), \qquad (1)$$

wo φ_2 und φ_1 die elektrostatischen Potentiale auf S_2 und S_1 sind.

Ferner ist

$$4\pi\mathfrak{D} = \mathfrak{E} + (\varepsilon - 1)\mathfrak{E}'^{2}),$$

folglich im Dielektrikum

$$4\pi(rD)\frac{dr}{r} = -\varepsilon\frac{d\varphi}{dr}dr + (\varepsilon - 1)\frac{\omega B}{c} r\,dr.$$

Da die gesamte Verschiebung durch alle im Dielektrikum gezogenen koaxialen Zylinder dieselbe ist, so ist (rD) konstant. Wenn wir integrieren und Gleichung (1) anwenden, erhalten wir mithin:

$$D = -\frac{\omega B}{8\pi c}\frac{b^2 - a^2}{r\log\frac{b}{a}}. \qquad (2)$$

Nun ist in dem Metall des inneren Zylinders

$$E' = 0,$$

$$E = -\frac{\omega B}{c} r$$

und

$$D = -\frac{\omega B}{4\pi c} r. \qquad (3)$$

Wenn ϱ die Volumendichte ist, so ist

$$\varrho = \operatorname{div} D$$

oder

$$\varrho = -\frac{\omega B}{2\pi c}. \qquad (4)$$

Die Oberflächendichte σ_1 auf S_1 ist gleich dem Sprunge in der Verschiebung beim Durchgange durch die Oberfläche. Mithin ist nach (2) und (3)

$$\sigma_1 = -\frac{\omega B}{4\pi c}\left\{\frac{b^2 - a^2}{2a\log\frac{b}{a}} - a\right\}. \qquad (5)$$

Ist schließlich q_1 die Gesamtladung auf die

1) Abraham, Theorie der Elektrizität II, Gl. (193), (194a).

1) Abraham, a. a. O.

Längeneinheit des inneren Zylinders, so ist nach (4) und (5)

$$q_1 = -\frac{\omega B}{2c}\frac{b^2 - a^2}{2\log\frac{b}{a}}.$$

Mithin wird nach jeder der beiden Theorien die Ladung in diesem Falle durch das Dielektrikum überhaupt nicht beeinflußt. Es scheint mir daher, daß Herrn Barnetts Versuch und mein eigener die Ansicht stützen, daß bei der unipolaren Induktion die E.M.K. ihren Sitz in dem bewegten Teile hat, einerlei, welcher dies ist, und daß sie zum mindesten die einfachste Form der Theorie von den bewegten Kraftlinien widerlegen.

Herr Barnett hat es jedoch unterlassen, experimentell darzutun, daß sein Kondensator im „Fall I" geladen werden würde. Seine eigene Schlußfolgerung in betreff der Relativbewegung — sicherlich der interessanteste Punkt — entbehrt somit noch einer Voraussetzung, und insofern vermögen seine Ergebnisse ebensowenig wie meine eigenen zwischen Hertz und Lorentz zu entscheiden.

Cornell University, 12. Oktober 1912.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 30. Oktober 1912.)

Das Gesetz der Viskosität der Flüssigkeiten.

(Vorläufige Notiz.)

Von A. Batschinski.

Zeichnen wir als Koordinaten eines Cartesischen Koordinatensystems die spezifischen Flüssigkeitsvolumina v bei verschiedenen Temperaturen einerseits, die denselben Temperaturen entsprechenden Werte der „Fluidität" $\frac{1}{\eta}$ (η = Viskosität) andererseits, so liegen die erhaltenen Punkte angenähert auf einer Geraden[1]). Als Beispiel mag die nebenstehende, auf das Propyljodid sich beziehende Figur dienen.

Es entsteht somit (für normale Flüssigkeiten) die Gleichung:

$$v = \omega + c\frac{1}{\eta}$$

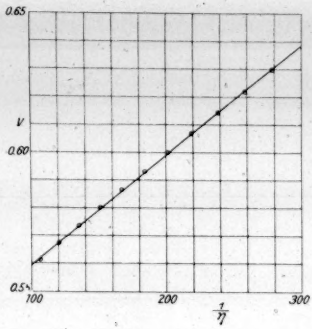
oder

$$\eta(v - \omega) = c,$$

wo ω und c Konstanten sind.

Auch die Änderungen von v und η infolge der Kompression geschehen derselben Gleichung gemäß.

1) Einige assoziierte Flüssigkeiten bilden die Ausnahme.



Wir kommen also zu dem Gesetze:

„Die Viskosität einer Flüssigkeit ist durch ihr spezifisches Volumen bestimmt."

Dieses Gesetz für die Flüssigkeiten bildet im gewissen Sinne ein Analogon dem Maxwellschen Gesetze der Gasreibung.

Die Prüfung des Gesetzes, die Abhängigkeit der Konstanten ω und c von der Individualität des Stoffes, verschiedene Folgerungen des Gesetzes und sein Zusammenhang mit der Molekulartheorie wird der Gegenstand einer bald folgenden Mitteilung sein.

Moskau, Universität.

(Eingegangen 19. September 1912.)

Die Messung hoher Spannungen mit einem Instrument für niedere Spannungen. (The measurement of high voltages with a low voltage instrument.)

Von J. S. Barnett.

Ich habe in dieser Zeitschr. **11**, 348, 1910 auf meine Veröffentlichungen aus dem Jahre 1898 und aus späterer Zeit aufmerksam gemacht, in denen das Verfahren beschrieben war, das Herr Dieckmann in dieser Zeitschr. **11**, 14, 1910 veröffentlicht hat. Nun stellt sich jedoch heraus, daß mir bereits Herr Dr. A. B. Chauveau zuvorgekommen ist, der mich kürzlich in einem Briefe freundlichst auf die C. R. **137**, 1069, 1893, aufmerksam gemacht hat, wo er wesentlich dasselbe Verfahren beschrieben hat. Herr Chauveau hatte dieses Verfahren noch früher dem International Meteorological Congress zu Chicago im August 1893 vorgelegt und sie später im Report dieses Kongresses veröffentlicht.

Columbus, Ohio, U.S.A., im September 1912.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 8. Oktober 1912.)

ZUSAMMENFASSENDER BERICHT.

Bericht über die Versammlung der British Association for the Advancement of Science zu Dundee 4. bis 11. September 1912.

Von B. Hodgson.

Die diesjährige Versammlung fand in Dundee statt, und die Zahl der Teilnehmer überschritt 2500. Wahlvorsitzender war der Zoologe Professor Dr. Schäfer, dessen Ansprache den Ursprung des Lebens behandelte. In der physikalisch-mathematischen Abteilung führte Herr Professor Callendar den Vorsitz. Er erörterte in seiner Ansprache die Vorstellung eines „Wärmekorpuskels", das als Träger einer Wärmeenergie wirkt, gerade wie ein Elektron Träger elektrischer Energie ist. Damit erhielt die alte Vorstellung von einer Wärmemenge eine materielle Auffassung.

Unter den ausländischen Teilnehmern waren Professor Kayser und Dr. Lindemann aus Deutschland, Prof. Millikan und Prof. Miller aus den Vereinigten Staaten, und Prof. Mc Lennan aus Canada.

J. Robinson, Die photoelektrischen Eigenschaften dünner Metallschichten[1]).

Der dissymmetrische photoelektrische Effekt ist an dünnen Schichten sowohl bei den photoelektrischen Stromstärken als auch bei den Emissionsgeschwindigkeiten der Elektronen beobachtet worden. Bei sehr dünnen Platinschichten auf Quarz ist die Emergenzstromstärke größer als die Inzidenzstromstärke und die Emergenzgeschwindigkeit größer als die Inzidenzgeschwindigkeit. Für dicke Schichten gilt das Gegenteil, und bei einer gewissen Schichtdicke sind die Emergenz- und die Inzidenzstromstärke und ebenso die Emergenz- und die Inzidenzgeschwindigkeit gleich.

Messungen der tatsächlichen Größe der photoelektrischen Stromstärken bei verschiedenen Schichtdicken ergeben, daß mit zunehmender Schichtdicke die Stromstärke bis zu einer Schichtdicke von 10^{-7} cm langsam wächst. An diesem Punkte erreicht die Stromstärke das Dreißigfache ihres Wertes, und bei größeren Schichtdicken ist die Änderung nur klein (s. Fig. 1).

Dike hat kürzlich gezeigt, daß bei dieser Schichtdicke (10^{-7} cm) auch eine plötzliche Abnahme der Geschwindigkeit der ausgeschleuderten Elektronen auftritt. Weiter hat Robinson gezeigt, daß das Verhältnis

$$\frac{\text{Emergenzstromstärke}}{\text{Inzidenzstromstärke}}$$

für Schichten bis zu 10^{-7} cm Dicke aufwärts konstant ist und danach abzunehmen beginnt.

Verfasser schlägt folgende Erklärung vor: Die photoelektrischen Elektronen haben zweierlei Ursprung. Sie können dadurch hervorgebracht werden, daß die Lichtenergie sie direkt aus einem Moleküle austreibt, oder sie können dadurch gebildet werden, daß eines der bereits durch das Licht ausgetriebenen Elektronen (ein primäres Elektron) ein Molekül bombardiert und ein weiteres (sekundäres) Elektron austreibt.

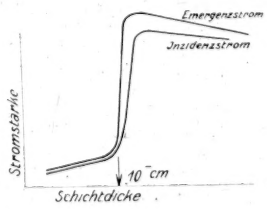


Fig. 1.

Die primären Elektronen haben eine mittlere freie Weglänge λ. Wenn die Schichtdicke kleiner ist als λ, so werden hauptsächlich primäre Elektronen ausgetrieben werden. Wenn sie größer ist als λ, werden wir sowohl primäre als auch sekundäre Elektronen erhalten. Mithin wird bei 10^{-7} cm, der mittleren freien Weglänge der Elektronen in Platin, ein plötzlicher Anstieg der Stromstärke erfolgen. Ebenso wird, wie der Versuch lehrt, die Emissionsgeschwindigkeit kleiner sein.

F. W. Dyson, Die Anwesenheit von Radium in der Chromosphäre (s. Astron. Nachr. Bd. 192, Nr. 4589, Juli 1912).

Die Mitteilungen von Giebeler, Küstner und Kayser in den Astronomischen Nachrichten über die Anwesenheit von Radium und Radiumemanation in Nova Geminorum 2 veranlaßten mich, das Spektrum der Chromosphäre zu untersuchen.

Die folgende Tabelle enthält: I. die von Runge und Precht bestimmten Hauptlinien im Funkenspektrum des Radiums; II. Wellenlängen von Linien der Chromosphäre, die ich aus Beobachtungen während der Sonnenfinsternisse von 1900, 1901 und 1905 erhalten habe, und III. Wellenlängen von Linien der Chromo-

1) Vgl. auch diese Zeitschr. 13, 276, 1912.

sphäre, die Sir Norman Lockyer während der Sonnenfinsternis von 1898 erhalten hat.

	I. Funkenspektrum des Radiums nach Runge und Precht		Linien in der Chromosphäre II. nach Dyson		III. nach Lockyer	
	Wellenlänge	Intensität	Wellenlänge	Intensität	Wellenlänge	Intensität
1	3649,75	50	3649,66	1	—	—
2	3814,58	100	3814,67	6	3814,7	3
3	4340,83	50	H_γ		H_γ	
4	4336,49	20	—	—	4336,6	1
5	4682,36	50	4682,20	2	4682,5	2 : 3
6	4826,12	20	—	—	4826,0	< 1

Hinsichtlich der Identifizierung dieser Linien in der Chromosphäre mag folgendes bemerkt werden:

1. Diese Linie kann vernünftigerweise mit *Fe* bei 3649,65, *Int.* 4 im Funken, *Int.* 4 im Bogen und *Int.* 5 in der Sonne identifiziert werden.

2. Es besteht eine *Ti*-Linie bei 3814,70, *Int.* 5 im Funken und *Int.* 4 im Bogen. Diese Linie ist nur wenig verbreitert, und die Intensität der Linie im Spektrum der Chromosphäre ist viel größer, als zu erwarten sein würde, wenn ihre Ursache als Titan zu erklären wäre.

3. Die H_γ-Linie in der Chromosphäre würde bei der angewandten Dispersion die vom Radium herrührende Linie bei deren etwaigem Vorhandensein verdeckt haben.

4. Die Linie ist von Lockyer als möglicherweise mit der *Mn*-Linie 4436,52, *Int.* 4 im Funken und 5 im Bogen, identisch angesehen werden. Da sich aber die *Mn*-Linie 4451,75, *Int.* 6 im Funken und *Int.* 5 im Bogen, nicht zeigt, so ist die Identifizierung von 4. mit *Mn* sehr zweifelhaft.

5. Die Linie in der Chromosphäre ist von Lockyer als möglicherweise mit der verbreiterten Yttriumlinie 4682,60 identisch angesehen worden.

6. Diese Linie ist von Lockyer nicht identifiziert worden.

Es scheint mir, daß man diese Linien in der Chromosphäre vernunftgemäß ganz oder zum Teil dem Radium zuschreiben kann. Es besteht eine allgemeine Übereinstimmung mit dem Radiumspektrum hinsichtlich der Intensitäten, und die Übereinstimmung der Wellenlängen ist ganz befriedigend. Ferner sind dies alle die stärksten Linien, die Runge und Precht angegeben haben, denn die Intensitäten der nächstfolgenden sind 10 bzw. 7.

Die folgende Tabelle gibt einen Vergleich des Spektrums der Chromosphäre mit dem Spektrum der Radiumemanation nach den Bestimmungen von Royds.

	Spektrum der Radiumemanation		Spektrum der Chromosphäre			
	Wellenlänge	Intensität	Wellenlänge	Anzahl der Aufnahmen	Intensität	Ursprung
1	3612,76	3	3612,65	3	0	
2	3664,96	5	3664,78	8	3	*V*
3	3957,30	8	—	—	—	
4	3971,71	8	3972,02	5	2	*Eu*
5	3981,83	15	3981,87	2	2	*Ti*
6	4017,90	6	4017,72	2	1	
7	4114,71	6	4114,73			von Frost angegeben, mit *Fe* identifiziert
8	4166,59	20	4166,93	1	0	
9	4203,29	10	4203,35	2	1	
10	4349,81	15	4350,00	2	0	
11	4508,68	7	4508,45	4	3	*Fe*
12	4577,77	8	4577,56	2	0	
13	4604,46	6	—	—	—	
14	4609,40	10	4609,71	1	0	
15	4625,58	15	4624,90	1	0	Lockyer gibt an: 4625,3 2 : 3 *Fe*
			4626,58	1	0	
16	4644,29	15	—	—	—	
17	4680,92	10	—	—	—	

Diese Vergleichung führt noch keineswegs zu einem bündigen Ergebnis hinsichtlich des Vorhandenseins von Radiumemanation in der Chromosphäre. Die den Linien 16 und 17 entsprechenden Linien in der Chromosphäre finden sich, soweit mir bekannt ist, in keiner Sonnenfinsternisaufnahme, und die Linie 8 ist zweifelhaft. Frost gibt Linien bei 4165,8, bei 4167,1 und bei 4167,6 an, Sir N. Lockyer bei 4167,5. Die Identifizierung der Linien 2, 4, 5 und 11 mit Yttrium, Europium, Titan und Eisen erscheint höchstwahrscheinlich. Die Übereinstimmung der übrigen Linien mit denen der Radiumemanation ist eng genug, um Aufmerksamkeit zu verdienen.

Der Charakter des Uraniumspektrums ist derart, daß man kaum erwarten darf, es im Spektrum der Chromosphäre zu entdecken.

Diskussion.

Herr Kayser meint, daß man schließlich überall Radium und Helium finden würde.

Herr Strutt erwartet, Linien der Barium-Kalzium-Gruppe zu finden, wenn wirklich die gefundenen Linien solche des Radiums sein sollten.

E. G. Coker, Über die Änderung der kritischen Strömungsgeschwindigkeit des

Quecksilbers in Röhren mit Temperatur und Durchmesser.

Die Art der Bewegung, die man in einer Röhre aufrecht zu erhalten vermag, erweist sich auch als abhängig von der Viskosität der Flüssigkeit und vom Durchmesser der Röhre. Zwischen der Stromlinienbewegung und der turbulenten Bewegung besteht ein Übergangsgebiet, in welchem die Bewegung nicht recht definiert ist. Es ist der Zweck der vorliegenden Versuche, die untere Grenze der Geschwindigkeit zu bestimmen, bei welcher turbulente Bewegung einsetzen kann, und diese Geschwindigkeit wird als „kritische Geschwindigkeit" bezeichnet. Das Versuchsverfahren ist dem von Osborne und Reynolds zur Bestimmung der kritischen Geschwindigkeit des Wassers benutzten ähnlich. Die nachstehenden Beispiele zeigen, welcher Art die erhaltenen Ergebnisse waren:

Röhre	Länge	Durchmesser (d)	Kritische Geschwindigkeit (v) bei 100° C
1.	89 cm	0,184 cm (d)	8,07 cm/sec (v)
2.	89 cm	0,087 cm (d_1)	17,85 cm/sec (v_1)

$$\frac{d}{d_1} = \frac{0{,}184}{0{,}087} = 2{,}12; \qquad \frac{v_1}{v} = \frac{17{,}85}{8{,}07} = 2{,}20.$$

Eine Reihe von Ergebnissen zeigt, daß sich die kritische Geschwindigkeit umgekehrt wie der Röhrendurchmesser ändert und, wie bereits erwiesen wurde, direkt wie die Viskosität.

Die Gleichung

$$v_{\text{krit.}} \backsim \frac{\nu}{d\varrho}$$

stimmt annähernd mit Versuchsergebnissen überein.

F. A. Lindemann, Die Atomwärme fester Körper bei tiefen Temperaturen.

Zusammenfassung früherer eigener Arbeiten und solcher anderer Autoren.

G. E. Gibson, Über eine Hypothese betreffs der Natur des Planckschen Wirkungsquantums.

Eine der Hauptschwierigkeiten in der ursprünglichen Planckschen Theorie bildet die Annahme einer diskontinuierlichen Absorption und Emission von Energie durch die Resonatoren. Eine solche Diskontinuität ist mit den Maxwellschen Gleichungen unverträglich, auf denen die Grundgleichung zwischen der Energie U eines Resonators und der Energiedichte u des umgebenden Feldes,

$$U = \frac{c^3 u}{8\pi\nu^2} \qquad (1)$$

beruht.

In einer früheren Arbeit[1]) hat der Verfasser eine Hypothese vorgeschlagen, mit deren Hilfe sich diese Schwierigkeit überwinden ließe. Wir wollen annehmen, daß die Diskontinuität nur auf die Zusammenstöße der Moleküle beschränkt sei, mit denen die Resonatoren verbunden sind, so daß während der Zeit zwischen zwei Zusammenstößen die Resonatoren den gewöhnlichen Gesetzen der Elektrodynamik unterstehen. Wir wollen weiter annehmen, daß die von den Zusammenstößen herrührende Diskontinuität derart sei, daß die Energie des Resonators unmittelbar nach dem Zusammenstoße ein ganzes Vielfaches einer gewissen Größe ε ist, deren Größenordnung später näher bestimmt werden soll.

Es läßt sich zeigen[2]), daß in allen einer experimentellen Untersuchung zugänglichen Fällen das logarithmische Dekrement eines durch quasielastische Kräfte an seine Gleichgewichtslage gebundenen Elektrons so klein ist, daß sein Energiegewinn oder Energieverlust während der freien Zeit eines Moleküls nur ein sehr geringer Bruchteil von ε sein kann.

Wir wollen die erzwungenen Schwingungen eines Resonators in der Zeit zwischen zwei Zusammenstößen betrachten.

Das elektrische Moment $Z(t)$ eines parallel zur Z-Achse schwingenden Resonators wird durch die Gleichung

$$16\pi^4\nu_0^3 Z + 4\pi^2\nu_0^2\ddot{Z} - 2\sigma\dddot{Z} = 3\sigma c^3 E_z \qquad (2)$$

bestimmt[3]), wo ν_0 die Frequenz des Resonators, σ sein logarithmisches Dekrement, c die Lichtgeschwindigkeit und E_z die Z-Komponente der elektrischen Intensität der Wärmestrahlung an dem Resonator ist.

Schreiben wir E_z als Fouriersche Reihe für die Zeit τ zwischen zwei Zusammenstößen,

$$E_z = \sum_n^{0,\infty} C_n \left(\cos\frac{2\pi n t}{\tau} - \Theta_n\right), \qquad (3)$$

und setzen wir $\frac{n}{\tau} = \nu$, so erhalten wir das vollständige Integral von Gleichung (2) in der Form:

$$Z(t) = Z_0(t) + Z_n(t) = Pe^{\sigma\nu_0 t}\cos(2\pi\nu_0 t - \Theta_0) + \frac{3c^3}{16\pi^3}\sum_n^{0,\infty}\frac{C_n\sin\gamma_n}{\nu^3}\cdot\cos(2\pi\nu t - \Theta_n - \gamma_n), \qquad (4)$$

wo

$$\operatorname{cotg}\gamma_n = \frac{\pi\nu_0(\nu_0^2 - \nu^2)}{\sigma\nu^3}$$

ist.

1) Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 104, 1912.
2) a. a. O.
3) Planck, Theorie der Wärmestrahlung, S. 113, 1906.

Die Geschwindigkeit, mit der Energie seitens des Resonators absorbiert wird, ist:

$$E_z\dot{Z} = -\nu_0 e^{-\sigma\nu_0 t}\{\sigma\cos(2\pi\nu_0 t - \Theta_0) + 2\pi\sin(2\pi\nu_0 t - \Theta_0)\}PE_z + E_z\dot{Z}_n. \quad (5)$$

Unter allen Resonatoren, die den letzten Zusammenstoß zur Zeit $t = 0$ erfuhren, wollen wir eine Gruppe auswählen, in der zur Zeit t die Größen P und E_z für jeden Resonator der Gruppe denselben Wert haben.

Der Teil des Mittelwertes von $E_z\dot{Z}$ dieser Gruppe, der von dem ersten Gliede der Gleichung (5) abhängt, verschwindet, wenn wir annehmen, daß alle Werte von Θ_0 gleich wahrscheinlich sind.

Aber sämtliche Resonatoren lassen sich in ähnlicher Weise zu Gruppen ordnen, so daß der Mittelwert der Absorptionsgeschwindigkeit von den freien Schwingungen unabhängig ist.

Die mittlere Geschwindigkeit, mit der Energie seitens einer sehr großen Anzahl N von Resonatoren absorbiert wird, ist daher

$$NQ_a = \frac{3c^3N}{16\pi^2}\sum_n^{0,\infty}\frac{C_n^2\sin^2\gamma_n}{\nu^2}. \quad (6)$$

Stellen wir dieselbe Überlegung an wie Planck[1]), so gelangen wir zu der Gleichung

$$NQ_a = \frac{2c^2\sigma N}{\nu_0}K_\nu, \quad (7)$$

wo K_ν die Intensität der monochromatischen geradlinig polarisierten Strahlung von der Frequenz ν ist.

Die mittlere emittierte Energie läßt sich in ähnlicher Weise berechnen. Ein Resonator, dessen Energie $m\varepsilon$ ist, emittiert durchschnittlich in jeder Sekunde die Energie

$$Q_m = 2m\varepsilon\sigma\nu_0. \quad (8)$$

Unter N Resonatoren schwingen

$$N_m = N\left(e^{-m\frac{\varepsilon}{\varkappa T}} - e^{-(m+1)\frac{\varepsilon}{\varkappa T}}\right) \quad (9)$$

mit der Energie $m\varepsilon$ bei der Temperatur τ.

Die gesamte in jeder Sekunde seitens der N Resonatoren emittierten Energie ist somit

$$\sum_m^{0,\infty}Q_m N_m = 2\sigma\nu_0 N\frac{\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon}{\varkappa T}} - 1}. \quad (10)$$

Wenn die N Resonatoren mit der äußeren Strahlung im Gleichgewicht sein sollen, so müssen sie in jeder Sekunde ebensoviel Energie absorbieren, wie sie emittieren. Die Gleichgewichtsbedingung ist daher nach Gleichung (7) und (10):

$$K_\nu = \frac{\nu^2}{c^2}\frac{\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon}{\varkappa T}} - 1}. \quad (11)$$

Vergleichen wir diese mit dem Wienschen Gesetz in der Form

$$K_\nu = \frac{\nu^3}{c^2}F\left(\frac{\nu}{T}\right), \quad (12)$$

so sehen wir, daß ε proportional ν sein muß. Setzen wir

$$\varepsilon = h\nu, \quad (13)$$

so kommen wir zu dem Planckschen Gesetz

$$K_\nu = \frac{h\nu^3}{c^2}\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{\varkappa T}} - 1}. \quad (14)$$

A. L. Cortie, Magnetische Störungen, Sonnenflecken und die Sonnenkorona.

1. Es werden Kurven für die Periode 1898 bis 1911 verglichen für die mittlere tägliche Scheibenfläche von Sonnenflecken, den mittleren täglichen Bereich der Deklination und der Horizontalintensität, und die jährliche Anzahl großer und mittlerer magnetischer Störungen. Die Daten sind in Father Sedgreaves Jahresberichten des Stonyhurst Observatory enthalten. Es besteht eine allgemeine Übereinstimmung in den Kurven, doch finden sich auch merkliche Unstimmigkeiten. Die Fläche der Sonnenflecken und die magnetische Deklination stiegen im Jahre 1905 auf einen Höchstwert, sanken im Jahre 1906 und stiegen im Jahre 1907 wieder auf ein Nebenmaximum. Die Horizontalintensität und die Anzahl der mittleren und großen magnetischen Gewitter stieg von 1905 stetig bis zu einem Höchstwert im Jahre 1907. Von 1907 ab nimmt die Fläche der Sonnenflecken ab, und der Abfall von 1909 bis 1911 ist besonders schnell. Die Anzahl großer magnetischer Gewitter sank, aber nicht so schnell. Der schnelle Abfall der Sonnenfleckenkurve von 1909 bis 1911 war aber von einem ausgesprochenen Steigen der Deklination, der Horizontalintensität und der mittleren magnetischen Störungen begleitet. Die mittlere tägliche Frequenz der Protuberanzen (Kodaikanal) stieg stetig von 1905 bis 1910, die Profilfläche hatte ihren Höchstwert im Jahre 1908. Im September 1909 trat ein magnetisches Gewitter von außergewöhnlicher Heftigkeit auf. Sechs weitere große Gewitter traten im September und Oktober desselben Jahres auf. Die Erholung der magnetischen Tätigkeit wurde durch diese großen Gewitter angekündigt. Die magnetischen Gewitter traten in der Nähe der Herbst-Tag- und Nachtgleichen auf. Sämtliche größeren Sonnenflecken im September und Oktober 1909 waren

1) Planck, Theorie der Wärmestrahlung, S. 122, 1906.

auf einen Gürtel von etwa 10^0 zu beiden Seiten des Sonnenäquators beschränkt.

2. Die monatlichen Zahlen der großen und sehr großen magnetischen Gewitter für die 23 Jahre von 1889 bis 1911 zeigen ausgeprägte Maxima an den Tag- und Nachtgleichen. Zu diesen Zeiten sind die Sonnenfleckenzonen parallel zur Ebene der Ekliptik. Wenn sich die Sonnenfleckenzonen in die Ebene der Ekliptik bewegen, so sind große magnetische Gewitter häufiger. Die Ausströmungen der Korona sind in den Perioden der Sonnenfleckenminima lang und hauptsächlich auf Gebiete begrenzt, die an den Sonnenäquator angrenzen. In solchen Perioden sind auch die Protuberanzen weniger zahlreich, und ihre Gebiete fallen in die Nähe des Äquators. Die langen Ausströmungen der Sonnenkorona sind mit den Gebieten der Protuberanzentätigkeit vereinigt, während kürzere gefiederte Ausströmungen — z. B. 1893, 1901, 1905 — von Sonnenfleckenzentren ausstrahlen. Eine in häufigen Intervallen auftretende Reihe von Sonnenflecken und Protuberanzen würde zur Folge haben, daß diese Ausstrahlungen während mehrerer Sonnenumdrehungen erhalten bleiben. Photographische Sonnenfinsternisaufnahmen — z. B. 1889 und 1901 — zeigen, daß der allgemeine Charakter während einer beträchtlichen Periode bewahrt wird. Durch das Zusammenwirken aufeinanderfolgender Zuführungen könnten sich Wolken geladener Teilchen, Elektronen, an den Enden der Ausströmungen bilden. Es wird vermutet, daß das Eintreten der Erde in solche Wolken magnetische Gewitter veranlaßt. Mehrere Ausströmungen der Sonnenkorona, von denen jede von ihrer zugehörigen Wolke von Teilchen begleitet ist, würden zu zwei oder mehreren magnetischen Gewittern während desselben Durchgangs eines Sonnenfleckens über die Sonnenscheibe, der als ein Zeichen allgemeiner Sonnentätigkeit angesehen wird, Anlaß geben. Das stimmt mit den beobachteten Tatsachen überein und paßt zu der synodischen Periodizität der magnetischen Gewitter und beseitigt vielleicht die großen Schwierigkeiten in der Theorie des Ursprungs der magnetischen Gewitter als Folge der Aussendung von Strömen von Teilchen seitens einzelner Sonnenflecken. Das Zodiakallicht erstreckt sich von der Sonne längs der Ekliptik.

R. A. Millikan, Das Gesetz für den Fall eines Tropfens durch Luft bei verminderten Drucken und eine Neubestimmung von e.

Es ergibt sich, daß ein Fallgesetz von der Form

$$v = \frac{2}{9}\,\frac{g a^2 (\sigma - \varrho)}{u}\left\{1 + A\,\frac{l}{a}\right\} \qquad (1)$$

genau gilt, so lange $\frac{l}{a} < 0{,}4$ ist; jenseits dieser Grenze jedoch verliert es seine Gültigkeit, und der Ausdruck in der Klammer muß dann durch

$$\left\{1 + A\,\frac{l}{a} + B\left(\frac{l}{a}\right)^2\right\} \qquad (2)$$

ersetzt werden, wo sowohl A als auch B eine positive Konstante ist. Wenn man l aus der Boltzmannschen Formel

$$\mu = 0{,}3502\, m n \bar{c} l$$

erhält, so findet man, daß A den Wert 0,875 hat.

Die genaue Ermittlung dieser Konstanten ermöglicht eine Neubestimmung von e mit einem wahrscheinlichen Fehler von nicht mehr als einem Zehntelprozent. Dieser Wert ist

$e = 4{,}777 \cdot 10^{-10}$ elektrostatische Einheiten.

T. Martin Lowry, Das magnetische Drehungsvermögen des Quarzes.

Die hauptsächlichen Schwierigkeiten bei der Messung der optischen Drehung des Lichtes im Quarz sind: 1. die Beschaffung von Quarzkristallen, die vollkommen frei von optischen Fehlern sind, und 2. die Erzeugung von Licht, das hinlänglich homogen ist, um eine reinliche Auslöschung bei der Ablesung von mehreren tausend Graden zu ergeben, und dabei genügend intensiv, um bei einem kleinen Halbschattenwinkel ablesen zu können. Die besten Proben auf die optische Reinheit des Quarzes sind: 1. die Quarzplatte oder den Quarzstab mit monochromatischem grünem Quecksilberlicht zwischen gekreuzten Nicols zu beleuchten, und sie dann mittels eines auf das Innere des Kristalls eingestellten Fernrohrs zu untersuchen; 2. ihr optisches Drehungsvermögen mit grünem Quecksilberlicht sowohl mit einem positiven als mit einem negativen Halbschattenwinkel zu bestimmen. Stäbe, die aus einer rissefreien Kristallplatte von Linksquarz von ungefähr 2 kg Gewicht geschnitten waren, ergaben auf eine Gesamtlänge von 226 mm für $\lambda = 5461$ bei 20^0 C eine optische Drehung von $25^0{,}5371$ per mm; Stäbe, die aus einer Rechtsquarzplatte mit örtlichen Fehlern geschnitten waren, ergaben auf eine Gesamtlänge von 181 mm den Wert $25^0{,}5361$ per mm. Beobachtungen mit Licht von 24 verschiedenen Wellenlängen zeigten Ablesungsfehler, die sich im Durchschnitt auf nur sechs Milliontel beliefen. Die Fehler infolge aller Fehlerquellen waren vermutlich nicht größer als $0^0{,}001$ bis $0^0{,}002$ per mm, da die mittlere Abweichung von den aus einer Formel berechneten Werten nur $0^0{,}0015$ per mm betrug.

T. Martin Lowry, Eichung eines Wellenlängenspektroskops im ultraroten Spektralgebiet.

Ein Wellenlängenspektroskop, das an Stelle des Okulars mit einem Spalt, einer Thermosäule und einem Galvanometer versehen war, wurde geeicht, und zwar **a)** durch Aufnahme der Maxima und Minima des durchgelassenen Lichtes einer Nernstlampe durch ein leicht versilbertes Etalon; **b)** durch Festlegung der hauptsächlichen ultraroten Linien im Spektrum des Quecksilberlichtbogens. Die Linie bei 10140 Å.-E. fiel mit dem vierzehnten Maximum des Etalons zusammen und wurde als Hauptfixpunkt für die Eichung benutzt. Die Eichung war zwischen $\lambda = 8000$ und $\lambda = 17000$ vermutlich bis auf $^1/_{200}$ bis $^1/_{100}$ Trommelumdrehung richtig, was einem möglichen Fehler von 20 bis 50 Ångströmeinheiten entspricht. Von $\lambda = 17000$ bis $\lambda = 20000$ war die Eichung weniger genau, und hier mögen sich die Fehler bis auf 100 Ångströmeinheiten belaufen haben.

Diskussion über die wissenschaftliche Theorie und die noch offenen Fragen der drahtlosen Telegraphie.

Einleitende Bemerkungen von Herrn J. A. Fleming.

Es wurden eine Anzahl Fragen zur Erwägung und Erörterung gestellt, und zwar:

1. Welches ist die genaue Natur des Mechanismus, durch welchen der Sender den Empfänger beeinflußt?

2. Ist es ein reiner und einfacher Hertzscher Welleneffekt, oder wird er durch elektromagnetische Wellen unterstützt und herbeigeführt, die sich durch die Erdoberfläche oder längs dieser fortpflanzen?

3. Welchen Anteil nimmt die Erde an der Fortpflanzung, und wirkt sie wie ein vollkommener Leiter, oder wie ein leitendes Dielektrikum? Ist die Verbindung des Senders und des Empfängers mit der Erde ein Vorteil oder ein Nachteil?

4. Können wir den Nachweis radiotelegraphischer Wellen in einem Viertel des Weges um die Erde als das Ergebnis wahrer Beugung erklären?

5. Wenn dies nicht der Fall ist, können wir dann die Sommerfeldsche Theorie annehmen, nach welcher die Wirkungen auf große Entfernungen hauptsächlich auf Oberflächenwellen beruhen, die sich längs der Erdoberfläche fortpflanzen, so wie sich elektromagnetische Wellen längs Drähten fortpflanzen?

6. Ist die von Sommerfeld aufgestellte mathematische Theorie gültig?

7. Welche anderen Erklärungen lassen sich für die praktischen Ergebnisse geben, die man in der drahtlosen Telegraphie auf große Entfernungen erhalten hat, und bei denen Entfernungen überwunden worden sind, welche mit einem Erdquadranten vergleichbar sind, wenn man keine anomale Beugung oder sonst eine Fortpflanzung von Oberflächenwellen annehmen will?

8. Was ist, abgesehen von der Wirkung der Krümmung der Erde, der Grund für den großen Unterschied, den man bei der radiotelegraphischen Fortpflanzung über See und über Land für bestimmte Wellenlängen gefunden hat?

9. Was die Atmosphäre anbetrifft, warum ist es zu gewissen Zeiten möglich, mit gegebener Sender- und Empfängereinrichtung über außergewöhnlich große Entfernungen zu verkehren, während zu anderen Zeiten die Reichweite stark verringert ist?

10. Was ist hinsichtlich des Unterschiedes in der maximalen oder effektiven Reichweite bei Tage und bei Nacht die wahre Erklärung für die Tatsache, daß bei Verwendung gegebener Anordnungen für große Entfernungen die effektive Reichweite bei Nacht ungefähr dreimal größer ist als bei Tage, sofern man nicht sehr lange Wellen anwendet?

11. Kann dieser Unterschied zwischen Tag und Nacht als ein von der Wirkung des Lichts auf die Senderantenne herrührender Effekt erklärt werden?

12. Kann er als auf der Ionisation der oberen Luftschicht durch Sonnenlicht und dadurch bewirkte Änderung der Leitfähigkeit der Luft erklärt werden?

13. Wenn keine der beiden vorstehenden Erklärungen dem Sachverhalt ganz entspricht, worauf beruht dann dieser herabsetzende Einfluß des Tageslichts?

14. Was ist der Grund für die stark verringerte Reichweite bei oder um Sonnenaufgang bei Verwendung einer gegebenen Sende- und Empfangsapparatur für große Entfernungen?

15. Beruht die richtende Wirkung der von Marconi erfundenen gekröpften Antenne nur auf der Form der Antenne (Fleming), oder beruht sie auf der Natur des Erdreiches unter der Antenne und auf in dieser erzeugten vertikalen Erdströmen (Hoerschelmann)?

16. Was ist die Erklärung für die Wirkung einer auf dem Erdboden oder in dessen Nähe verlegten Empfangsantenne, wie sie von Marconi und neuerdings von F. Kiebitz angewandt worden ist?

17. Kommt hierbei eine Fortpflanzung von

Wellen durch die Erdmasse in Frage, oder beruht diese Wirkung auf einer Konzentration des bewegten elektromagnetischen Feldes in der Nähe der Erdoberfläche?

In betreff praktischer Punkte fordern die nachstehenden Fragen zur Diskussion heraus:

18. Sind wir bereits bei dem besten oder einzig möglichen Verfahren angelangt, eine Interferenz zwischen den Stationen einfach durch die Verwendung verschiedener Wellenlängen und den Gebrauch von Schwingungskreisen mit verschiedener natürlicher Periode zu verhindern?

19. Welche Wahrscheinlichkeit besteht dafür, daß das Telephon als Empfangsinstrument durch irgendein gleich empfindliches registrierendes Instrument ersetzt werden wird, das die Nachrichten auf gewöhnliches Telegraphenpapier druckt?

20. Welche Möglichkeiten bestehen für die Erfindung eines geeigneten Signales, durch das die Notwendigkeit vermieden wird, daß der den Empfangsapparat bedienende Beamte beständig am Telephon horchen muß?

21. Welche für Schiffe auf See anwendbaren, wirklich nützliche Methoden bestehen für die Lokalisierung der Lage der Sendestation und für die Bestimmung ihrer Entfernung? Ist mit dem Radiogoniometer von Bellini-Tosi das letzte Wort in dieser Angelegenheit gesprochen?

22. Welche wirklichen Fortschritte sind in letzter Zeit in Methoden zur Erzeugung ungedämpfter Schwingungen gemacht worden?

23. Haben die Methoden zur Erzeugung ungedämpfter Schwingungen mittels des Lichtbogens und mittels der Hochfrequenz-Wechselstrommaschine für die Zukunft irgendein praktisches Arbeitsfeld?

24. Ist es möglich, die drahtlose Telephonie ähnlich der Radiotelegraphie auf eine feste, praktische Grundlage zu stellen, oder muß sie immer nur ein experimentelles Kunststück bleiben?

Herr Fleming diskutierte die theoretischen Arbeiten von Macdonald und Nicholson über die Beugung elektrischer Wellen um Kugeln, und die Arbeit von Sommerfeld „Über die Ausbreitung der Wellen in der drahtlosen Telegraphie".

Von Herrn Sommerfeld traf nachstehender Brief ein:

Bemerkungen zur Diskussion über drahtlose Telegraphie.

Die liebenswürdige Aufmerksamkeit, welche die Assoziation meinen theoretischen Studien über drahtlose Telegraphie schenken will, verpflichtet mich, zur Diskussion so viel beizutragen, als ich vermag. Ich werde daher die einzelnen von Prof. Fleming gestellten Fragen von meinem rein theoretischen Standpunkte aus beantworten, trotzdem ich mir bewußt bin, daß viele Mitglieder der Versammlung weit genauere aus der Wirklichkeit des Experiments geschöpfte Kenntnisse dieser Vorgänge besitzen als ich selbst.

1. Die genaue Natur des Mechanismus, durch welchen der Sender den Empfänger beeinflußt, wird durch das Schema der Maxwell-Gleichungen gegeben. Vielleicht sind diese im kleinen und im Innern der Atome nicht genau richtig. Dagegen haben sie sich für Erscheinungen großen Maßstabes, wie die in Rede stehenden, bisher stets bewährt.

2. Die Maxwellschen Gleichungen zeigen, daß eine reine und einfache Hertzsche Welle in der Nähe einer Grenzfläche von heterogenem (leitendem oder dielektrischem) Material nicht möglich ist, daß vielmehr in diesem sekundäre Effekte induziert werden, welche auch die Fortpflanzung der Wellen in Luft beeinflussen.

3. In der Nähe des Senders wirkt die Erde wie ein vollkommener Leiter. In größerer Entfernung kommt es auf die endliche Größe der Leitfähigkeit an. Was man als kleine oder große Entfernung anzusehen hat, hängt von Leitfähigkeit und Dielektrizitätskonstante des Bodens, sowie von der Größe der Wellenlänge ab und läßt sich theoretisch genau definieren. Bei langen Wellen über See sind alle erreichbaren Entfernungen als klein (in diesem Sinne) anzusehen. Die Erdung des Senders hat keinen Einfluß auf den Vorgang der Wellenausbreitung. Damit ist folgendes gemeint: Zwei verschiedene Sender (mehr oder minder geerdet), welche in kleiner Entfernung dieselbe Wellenamplitude geben, liefern auch in jeder anderen Entfernung dieselbe Wellenamplitude und Wellenform. Zwei solche Sender werden aber, je nach ihrer Konstruktion, ganz verschiedene Größen des Stromes und der Energiezufuhr erfordern.

Also: der Wirkungsgrad der Emission (Verhältnis der Wellenenergie in der Entfernung 1 zur Energiezufuhr) hängt von der Erdung ab. Wie sie davon abhängt, läßt sich nur durch den Versuch mit besonderem Sender bestimmen. Dagegen der Wirkungsgrad der Ausbreitung (Verhältnis der Wellenenergie in der Entfernung r zu der Wellenenergie in der Entfernung 1) ist von der Erdung unabhängig. Dies läßt sich durch allgemeine theoretische Betrachtung zeigen.

4. und 5. Zwischen „wahrer Beugung" und „Oberflächenwellen" ist kein prinzipieller Gegen-

satz, da beide Erscheinungen aus derselben Quelle der Maxwellschen Gleichungen fließen. Sie sind bei einer gekrümmten Oberfläche in Strenge nicht voneinander zu trennen, ebensowenig wie sich die Raumwellen (vom Hertzschen Typus) und die Oberflächenwellen (vom Rayleigh-Typus) strenge trennen lassen, vielmehr durch die Grenzbedingungen an der Erdoberfläche notwendig miteinander verknüpft sind.

6. Über den Einfluß der Erdkrümmung habe ich selbst keine quantitativen Rechnungen publiziert; ich habe nur die Vermutung ausgesprochen, daß der Typus der Oberflächenwellen für ihre Überwindung günstig sein könne. Dagegen habe ich Herrn H. W. March veranlaßt, darüber zu arbeiten (Diss. München 1911; Ann. d. Phys. **37**). March fand für die Amplitude A in einem Punkte, der von dem Sender um den geozentrischen Winkel Θ entfernt ist,

$$A = \frac{A_0}{\sqrt{\Theta \sin \Theta}}, \qquad (1)$$

also für kleine Θ eine Abnahme, die dem Winkel Θ, und also der auf der Erdoberfläche gemessenen Entfernung, proportional ist. Für große Θ eine langsamere Abnahme und für $\Theta > 110^0$ sogar eine Zunahme der Amplitude. Leider ist dieses Resultat mathematisch nicht korrekt, wie Poincaré in den C. R. 1912 bemerkt hat. Es kommt nämlich bei richtiger Rechnung zu (1) noch der Exponentialfaktor

$$e^{-\beta\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right)^{-1/3}\Theta} \qquad (2)$$

hinzu.

λ = Wellenlänge,
a = Erdradius,
β = ein Zahlenfaktor, kleiner als 1.

Durch diese Berichtigung nähert sich das Ergebnis von March denjenigen von Poincaré und Nicholson. Infolgedessen wird Hr. March seinen Einspruch gegen diese Arbeiten demnächst in den Annalen widerrufen. Da hiernach die exponentielle Dämpfung von der Form (2) auf drei voneinander unabhängigen Wegen (von Poincaré, Nicholson und March) aus den Maxwellschen Gleichungen gefolgert worden ist, kann sie als bewiesen gelten. Die Erdkrümmung bewirkt also eine mit der geozentrischen Entfernung exponentiell zunehmende Zerstreuung der Wellen. Wie mir scheint, ist aber die numerische Größe dieser Zerstreuung von Poincaré und Nicholson überschätzt worden. Mit den Beobachtungen von Austin dürfte der theoretische Wert der Zerstreuung der Größenordnung nach übereinstimmen, während Poincaré meinte, daß er hundertmal zu groß sei. Auch stimmt der empirische Dämpfungsfaktor in der Formel von Austin mit der theoretischen Formel (2) der Form nach überein, nur mit dem Unterschiede, daß bei Austin $\lambda^{-1/2}$, in (2) $\lambda^{-1/3}$ steht.

Man darf sich durch die Exponentialfunktion in (2) nicht zu sehr imponieren lassen, sondern muß bedenken, daß für die großen Wellenlängen des transatlantischen Verkehrs $\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right)^{1/3}$ eine mäßige Zahl ist, z. B. nur gleich 21,5 für $\lambda = 4$ km, daß also der Exponent in (2) mit $\Theta = 15^0$ (entsprechend ungefähr der größten bei Austin vorkommenden Entfernung von 900 Seemeilen) und mit $\beta = 0{,}7$ (dem von Herrn Nicholson angegebenen Werte dieses Zahlenfaktors) nur gleich 4 wird. Bei diesen Rechnungen ist die Erde als vollkommener Leiter vorausgesetzt. Eine demnächst von Herrn von Rybczinsky zu publizierende Rechnung hat gezeigt, daß die endliche Leitfähigkeit das Resultat der Wellenübertragung möglicherweise etwas, aber nicht sehr bedeutend, verbessern kann und daß der Zerstreuungsfaktor β bei genauerer Approximation wesentlich kleiner ausfällt, als 0,7.

Die Form des Faktors (1) weist, wie March ausführt, auf eine flächenhafte Ausbreitung der Wellen hin. In der Tat ist sin Θ proportional mit der Größe des durch den Empfänger um den Sender gelegten Parallelkreises auf der Erde, und es würde, bei rein flächenhafter Ausbreitung, die Energie umgekehrt proportional der Größe dieses Parallelkreises variieren. In Wirklichkeit tritt aber die flächenhafte Ausbreitung nicht rein auf, sondern es kommt in (1) zu $\sqrt{\sin \Theta}$ der Faktor $\sqrt{\Theta}$ und namentlich in (2) die wichtige exponentielle Zerstreuung hinzu.

7. Ich glaube nicht, daß man nach anderen Erklärungen suchen soll, solange nicht die aus der einfachsten Annahme gefolgerten obigen Formeln mit quantitativen Versuchen verglichen sind.

8. Aus meinen Formeln (z. B. im Jahrb. f. drahtl. Telegr., Bd. 4) folgt, abgesehen von der Krümmung der Erde, besonders bei kleineren Wellenlängen ein großer Unterschied der Ausbreitung über Land und über See, auch über Süßwasser und Seewasser. Die Tendenz der Praxis, zu immer größeren Wellenlängen überzugehen, läßt sich von meinem Standpunkt aus dadurch verstehen, daß die größeren Wellenlängen sowohl den Einfluß der Unvollkommenheit der Erdleitung wie denjenigen der Erdkrümmung herabdrücken.

Man kann sich vorstellen, daß ungleichmäßige Ionisation der Atmosphäre die Wellen zerstreut.

10—14. Der Unterschied der Reichweite bei Tag und bei Nacht scheint zu zeigen, daß das Sonnenlicht ungünstig auf die Reichweite wirkt, sei es durch Erhöhung der Leitfähigkeit

der Luft, sei es nach der interessanten Hypothese von Prof. Fleming. Man kann daher, wie mir scheint, die Ionisation der oberen Luftschichten nicht umgekehrt als günstig für die Überwindung der Erdkrümmung heranziehen.

15. Die Untersuchung von Hoerschelmann scheint mir auf strenger elektromagnetischer Basis zu beruhen und benutzt keine ad hoc gemachten besonderen Hypothesen; auch die Form der Antenne wird dabei bis zu einem gewissen Grade berücksichtigt.

Ein Kriterium ihrer Richtigkeit würde sich daraus ergeben, wenn sich zeigen ließe, daß der Marconi-Sender auf Schiffen keine Richtkraft besitzt.

Im Hinblick auf die Fragen **9—14** verlas Herr W. H. Eccles folgende Arbeit:

Über gewisse, die Fortpflanzung elektrischer Wellen über die Oberfläche des Erdballs begleitende Erscheinungen.

In der vorliegenden Mitteilung werden einige der noch unerklärten Erscheinungen beschrieben, denen man bei der Übermittlung künstlicher oder natürlicher elektrischer Wellen über große Entfernungen begegnet; es wird darin weiter untersucht, inwieweit diese Erscheinungen sich auf Grund der Hypothese von der Brechung oder Reflexion elektrischer Wellen seitens ionisierter Luftmassen erklären lassen. Auf den günstigen Einfluß der Ionisation unserer Atmosphäre durch die Sonne auf die Fortpflanzung elektrischer Wellen um den Erdball hat zuerst der Verfasser in einer Arbeit aufmerksam gemacht, die er im vergangenen Juni vor der Royal Society verlesen hat. Da die Arbeit zur Zeit der Niederschrift dieser Mitteilung noch nicht veröffentlicht worden ist, so muß ich hier eine Zusammenfassung ihres Inhalts geben.

In der erwähnten Arbeit habe ich zunächst gezeigt, daß das Vorhandensein geladener Ionen von der Größenordnung der Moleküle in der Atmosphäre an der Geschwindigkeit elektrischer Wellen in dem Medium solche Veränderungen hervorbringt, die einen merklichen Einfluß auf Wellen haben werden, welche lange Strecken durchlaufen. Zweifellos werden durch die Sonnenstrahlung Ionen von verschiedener Größe erzeugt. Insbesondere haben die Arbeiten von Lenard und Ramsauer den Beweis dafür erbracht, daß ultraviolettes Licht einen unmittelbaren Einfluß auf die Luft hat, und daß besonders bei der Absorption von Licht elektrische Träger von molekularer Größe erzeugt werden. Diese Träger haben übrigens nicht annähernd solch große Fähigkeit, die Kondensation des Wasserdampfes zu verursachen, wie die, für gewöhnlich ungeladenen, „Kondensationskerne", die zugleich mit ihnen und unabhängig von ihnen unter verhältnismäßig geringer Lichtabsorption erzeugt werden. Diese ungeladenen Kondensationskerne bilden sich nur dort, wo Wasserdampf vorhanden ist — was vermutlich zugleich sagt, daß sie sich nur in tiefen Schichten der Atmosphäre bilden —, und haben auf die Geschwindigkeit elektrischer Wellen keinen bedeutenden Einfluß; die elektrischen Ladungsträger hingegen, die sich, wie wir annehmen, in hohen Schichten, wo die Sonnenstrahlen noch nicht durch Absorption geschwächt sind, reichlich finden, haben einen großen Einfluß auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Nach der erwähnten Arbeit erhalten wir nämlich, wenn u_0 die Geschwindigkeit in nicht ionisierter Luft und u die Geschwindigkeit in Luft ist, welche Ionen der letzteren Art enthält, die Gleichung

$$u = u_0\left(1 + \frac{1}{2}\gamma\right),$$

vorausgesetzt, daß γ klein ist. Es zeigt sich, daß in hohen Luftschichten die Größe γ der Konzentration der Ionen direkt und dem Quadrat der Frequenz umgekehrt proportional ist. In niedrigen Schichten ist die Größe γ der Konzentration proportional, aber nahezu unabhängig von der Frequenz. Der Einfluß der Absorption auf die Reichweite ist direkt proportional γ.

Nach dem oben Gesagten muß die Konzentration der von der Sonnenstrahlung herrührenden Ionen mit zunehmender Entfernung von der Erde wachsen, und es ist nicht unsinnig, wenn wir annehmen, daß praktisch sämtliche Ionen in den mittleren Teilen der Atmosphäre von der Sonnenstrahlung herrühren. Eine Folge hiervon ist, daß mit zunehmender Höhe über der Erde die Geschwindigkeit elektrischer Wellen zunehmen wird. Es folgt daraus, daß eine angenähert vertikale Wellenfront sich bei ihrem Fortschreiten in horizontaler Richtung durch den mittleren Teil der Atmosphäre vornüber neigen wird, oder mit anderen Worten: ein in der Mitte der Atmosphäre nahezu horizontal fortschreitender Strahl wird eine Bahn verfolgen, die in demselben Sinne gekrümmt ist wie die Erdoberfläche. In den unteren Schichten der Atmosphäre, wo die Ionisation und der Betrag ihrer Änderung mit der Höhe gering sind, wird der Strahl nicht merklich gebeugt werden. Mithin wird ein elektrischer Strahl, der von einem Punkte auf der Erdoberfläche in einer ein wenig aufwärts geneigten Richtung ausgeht, in den unteren Schichten der Atmosphäre eine gerade Bahn und in den mittleren Schichten eine etwas gekrümmte Bahn verfolgen, deren konkave Seite abwärts ge-

richtet ist. Wenn die Krümmung der Bahn hier im Mittel größer ist als die des Erdballs, so wird der Strahl abwärts zu den tieferen Schichten der Atmosphäre hin gerichtet werden und wieder eine gerade Linie durchlaufen; im anderen Falle aber geht er immer weiter und weiter von der Erdoberfläche fort und wird für uns verloren.

Es ist klar, daß an oder über irgendeinem gegebenen Orte auf der Erdoberfläche die Ionisation in den unteren und mittleren Teilen der Atmosphäre bis Mittag zunimmt und nach Mittag abnimmt. Bei Sonnenuntergang wird die Mehrzahl der von der Sonne gebildeten Ionen rasch durch Wiedervereinigung verschwinden, und infolgedessen wird die Atmosphäre unionisiert bleiben, sofern nicht etwa durch örtliche elektromotorische Kräfte im Laufe des Tages positive und negative Ionen voneinander getrennt worden sind. Bei Sonnenaufgang wird eine starke Ionenbildung stattfinden. Somit findet an der Grenze von Licht und Dunkelheit in der Atmosphäre ein mehr oder minder plötzlicher Wechsel der elektrischen Verhältnisse des Mediums statt, durch das die Wellen hindurchgehen müssen. Wir dürfen erwarten, daß dieses Dämmerungsgebiet einen viel größeren Einfluß auf die Fortpflanzung solcher Wellen haben wird, die aus großer Entfernung kommen, als auf die Fortpflanzung solcher Wellen, die aus Entfernungen kommen, welche im Vergleich zur Höhe der stark ionisierten Schichten nicht groß sind.

Kaum eine der zu beschreibenden Erscheinungen läßt sich ohne die Annahme erklären, daß es in unserer Atmosphäre einige dauernd ionisierte obere Schichten gibt, die imstande sind, elektrische Wellen zu reflektieren. Diese Hypothese ist im Jahre 1900 von Heaviside aufgestellt worden, ist aber bislang noch durch keinen direkten Beweis gestützt worden. Neben dem Beweise zugunsten der Hypothese, der überall in der vorliegenden Mitteilung implizite enthalten ist, möchte ich einige, von einem ganz anderen Gesichtspunkte aus angestellte Betrachtungen anführen. Im Jahre 1901 führte Newcomb in Amerika photometrische Messungen der gesamten Lichtmenge aus, die an der Erdoberfläche von einem klaren Himmel in einer mondlosen Nacht aufgefangen wurde, und verglich sie mit der Gesamtsumme der gemessenen Lichtmengen von den Sternen. Er entdeckte, daß die tatsächlich aufgefangene Lichtmenge die von den Sternen ausgehende beträchtlich übertraf. Dieses Ergebnis ist von anderen Beobachtern bestätigt worden, besonders in den Jahren 1907/1908 in Holland von Yntema, der fand, daß das Extralicht in der Nähe des Horizonts merklich größer war als im Zenit. Yntema sprach im Jahre 1908 die Vermutung aus, daß das Extralicht von einer Art beständiger Aurora in der oberen Atmosphäre herrühren dürfte. Es ist natürlich bekannt, daß W. W. Campbell im Jahre 1895 gezeigt hat, daß man in klaren, mondlosen Nächten die grüne Nordlichtlinie $\lambda = 5770$ in jedem Teile des Himmels sehen kann. Dieses Extralicht ist kürzlich auf dem Mount Whitney von Abbott gemessen worden (im August 1910), und zwar mit ähnlichen Ergebnissen wie zuvor. Im Maiheft des Jahrgangs 1912 des Astrophysical Journal diskutiert Herr W. J. Humphreys dieses sogenannte „Erdlicht" und stellt dabei die neue Annahme auf, die er in einleuchtender Weise unterstützt, daß die äußersten Schichten unserer Atmosphäre durch Bombardement mit Staub kosmischer Herkunft dauernd ionisiert gehalten werden. Eine derartige ionisierte obere Schicht ist genau das, was viele der Tatsachen der drahtlosen Telegraphie verlangen; es ist aber sehr zweifelhaft, ob die Erforscher des Erdmagnetismus die Humphreyschen Anschauungen zulassen werden.

In einer sehr bedeutungsvollen Diskussion über den Grad der Leitfähigkeit, der in den oberen Schichten der Atmosphäre erforderlich ist, um seine Theorie der täglichen Änderungen des Erdmagnetismus zu rechtfertigen, gelangt Herr Schuster[1]) zu einer Leitfähigkeit von der Größenordnung von 10^{-13} elektromagnetischen Einheiten in Höhen von etwa 100 km. Wenn ich die Leitfähigkeit als umgekehrt proportional dem Druck und an der Erdoberfläche, wo die Anzahl der Ionen etwa 10^4 auf den Kubikzentimeter beträgt, zu 10^{-24} annehme, so finde ich, daß Schuster tatsächlich in den oberen Gebieten 10^9 Ionen auf den Kubikzentimeter verlangt. Infolgedessen nimmt die Größe γ in der (jetzt ungültigen) obigen Formel in einer Höhe von 100 km für Wellen von der Frequenz 1500000 per Sekunde den Wert 1 an. Infolgedessen schätze ich roh, daß γ für Wellen von der Frequenz 150000 in 60 km Höhe und für solche von der Frequenz 50000 in 40 km Höhe 1 sein wird. Der vollständige Ausdruck für die Geschwindigkeit lehrt nun, daß der Betrag seiner Änderung mit der Änderung von γ sehr groß wird, wenn γ sich dem Werte 1 nähert; das bedeutet, daß bei Tage die Brechung der elektrischen Strahlen nach unten hin in den genannten Höhen gleichbedeutend mit einer Reflexion sein wird. Infolgedessen werden wir erwarten, daß bei sehr starken Wellen das Gesetz der umgekehrten Quadrate für die Divergenz der Energie sich eines Tags als allzu abweichend erweisen wird. Derartig große Werte

1) Phil. Trans. (A) **208**, 182, 1907.

von 7 bedeuten indessen starke Absorption. Um Mißverständnissen vorzubeugen, muß ich hinzufügen, daß eine weit geringere Leitfähigkeit, als Schuster sie verlangt, genügen dürfte, um eine vorteilhafte Beugung langer Wellen um die Erde infolge Brechung durch Ionen bei Tage herbeizuführen.

Im Vorübergehen mag erwähnt werden, daß der einzige ersichtliche Ersatz für die Heavisidesche Hypothese der oberen reflektierenden Schicht die Hypothese der elektrodynamischen Oberflächenwellen ist, die gleichfalls von Heaviside aufgestellt und von Sommerfeld ausgearbeitet worden ist. Mir erscheint die reflektierende Schicht wahrscheinlicher.

Wenden wir uns nun zu den Erscheinungen, die bisher durch die Übermittlung auf große Entfernungen zutage gefördert worden sind, so ist die erste Tatsache die Entdeckung des Unterschieds in der Signalgebung bei Tage und bei Nacht, die Marconi im Jahre 1902 gemacht hat. Marconi fand, daß Signale, die bei Nacht bis auf 2000 (engl.) Meilen über den Atlantischen Ozean hin wahrnehmbar waren, bei Tageslicht nicht über 800 Meilen hinaus wahrnehmbar waren[1]). In meiner jüngsten Arbeit wird dies durch die Annahme erklärt, daß bei Nacht die dauernd ionisierte obere Atmosphäre wie eine reflektierende Oberfläche wirkt, etwa in der Art wie eine Flüstergalerie, während sie bei Tage durch die ionisierte Mittelschicht der Atmosphäre außer Wirksamkeit gesetzt wird. Die elektrischen Wellen, die bei diesen ersten Versuchen von Marconi benutzt wurden, hatten eine Frequenz von der Größenordnung 450000 per Sekunde, und wenn auch eine beträchtliche Beugung der Strahlen um die Erdkugel stattgefunden haben muß, damit die Signale 700 Meilen weit reichen konnten, so war diese Beugung doch nicht so groß, wie die seither erreichte, und wie die, welche die Theorie der Brechung durch Ionen bei Verwendung längerer Wellen verspricht. Marconi gibt denn auch im Jahre 1911 an[2]), daß bei Frequenzen von 60000 bis 75000 in der Sekunde Signale über den Atlantischen Ozean zuweilen bei Nacht schlechter sind als bei Tage — gerade das Gegenteil des Versuchsergebnisses vom Jahre 1902 mit hohen Frequenzen. Das würde nach der von mir verteidigten Hypothese darauf hindeuten, daß ein bedeutender Bruchteil der Strahlung mit der Frequenz von etwa 60000 bei Tage längs einer Bahn gebrochen wird, die sich direkt von Kap Breton bis Irland erstreckt.

Eine selten verzeichnete Erscheinung tritt zweifellos dann auf, wenn eine Sendestation infolge irgendwelcher Eigentümlichkeiten ihrer Anlage eine Strahlung von zwei (oder mehr) Frequenzen aussendet. Es zeigt sich, daß innerhalb eines verhältnismäßig kurzen Zeitraumes zuweilen die eine, zuweilen die andere Frequenz der Empfangsstation die lautesten Signale zuführt. Das ist leicht zu verstehen, wenn man annimmt, daß die willkürlichen Änderungen in den Ionisationsverhältnissen der Atmosphäre groß genug sind, um infolge der Abhängigkeit des Brechungsindex von der Frequenz eine Dispersion zu erzeugen.

Eine andere Erscheinung hat zuerst P. E. Schwartzhaupt in der Elektrotechnischen Zeitschrift vom 3. Februar 1910 zur Kenntnis der Allgemeinheit gebracht, obschon sie den Ingenieuren der drahtlosen Telegraphie schon früher ganz bekannt gewesen war. Schwartzhaupt maß auf einer Reise von Neapel nach Genua und von dort über Gibraltar nach dem Englischen Kanal roh die Intensität bestimmter von der Telefunkenstation zu Norddeich ausgehender Mittag- und Mitternachtsignale. Die Intensität des Mitternachtsignals in Neapel (1500 km von Norddeich) wurde als Intensitätseinheit angenommen. Am folgenden Mittag betrug die Intensität 1200 km von Norddeich 0,65; um Mitternacht war sie im Hafen von Genua (970 km) 2,4, und am nächsten Mittag an derselben Stelle 0,09. Das ist ein Zeichen dafür, daß die zwischen Norddeich und dem Ligurischen Meere liegenden Alpen bei Tage ein großes, und bei Nacht ein geringes, oder gar kein Hindernis boten; das Gesetz der umgekehrten Quadrate ergibt nämlich, auf die Entfernungen von Neapel und von Genua angewandt, für die Intensität der Signale in Genua 2,38. Während der Fortsetzung der Reise nahmen die Nacht- und Tagsignale bis zu einem Höchstwert im Golf von Lyon zu. Hier erwies es sich bei Nacht als möglich, mit Scheveningen, das 1200 km entfernt ist, zu verkehren, obwohl die normale Reichweite der Schiffsapparate etwa 200 km betrug. Es scheint, daß diese guten Signale, wenigstens teilweise, daher rührten, daß ihr Weg längs des Rhonetals verlief. Später erfuhr Schwartzhaupt, daß diese Signale in ?Uchaud?, also in einer dem Tale der Garonne entsprechenden Richtung, vernommen worden waren. Während der weiteren Reise ergab sich, daß sowohl die Tag- wie die Nachtsignale während der Umschiffung der pyrenäischen Halbinsel allmählich abnahmen; dabei waren die Tagsignale undeutlich, als die Berge Spaniens zwischen dem Schiffe und Norddeich lagen. Dann wurden die Signale allmählich mit abnehmender Entfernung von der Sendestation

1) Proc. Roy. Soc., Juni 1902.
2) Roy. Inst., 2. Juni 1911.

stärker, und zwar waren die Nachtsignale immer viel stärker als die Tagsignale. Was aus diesen Beobachtungen sehr klar hervorgeht, ist der tiefgreifende Einfluß von Bergen auf Wellen mit einer Frequenz von der Größenordnung 1 000 000 per Sekunde bei Tage.

Ähnliche Beobachtungen sind in verschiedenen Teilen der Welt gemacht worden. Die Marconigesellschaft hat mir gestattet, einige Aufzeichnungen von Telegraphisten auf Schiffen, die zwischen Freemantle und Melbourne verkehren, durchzusehen. Beispielsweise findet ein Schiff, dessen Station mit $1^1/_2$ Kilowatt betrieben wird, und Freemantle am Dienstag, 15. Mai 1912, gegen 9 Uhr abends verlassen hat, daß die Signale am Mittwoch um Mitternacht sehr schwach werden, zu einer Zeit, wo die Südwestecke von Australien umschifft worden ist, obschon das Schiff zur selben Zeit über 1265 Meilen Wasserstrecke mit Melbourne verkehren kann. Ein Blick auf die Landkarte zeigt, daß in diesem Falle die 300 Meilen zwischen Freemantle und dem Schiff durch eine lange Bergreihe eingenommen wird. Bei den Beobachtungen von Schwartzhaupt an Signalen, die über die Alpen gingen, war keine von beiden Stationen dicht an den Bergen, und es ergab sich, daß nur die Signale bei Tage beeinflußt wurden; bei den australischen Beobachtungen befanden sich beide Stationen so nahe an den Bergen, daß sogar die Nachtsignale stark geschwächt wurden.

Es ist heute jedem Ingenieur bekannt, daß der nachteilige Einfluß bergiger Gegend auf Signale bei Tage bei Wellen mit einer Frequenz von etwa 100 000 sehr viel geringer — zuweilen sogar fast ganz zu vernachlässigen — ist, als auf Wellen mit einer Frequenz von 1 000 000. Wir fügen diese Tatsache den eben angegebenen hinzu und fragen: Wie sind diese Tatsachen zu erklären? Wir haben nur nötig, anzunehmen, daß bei Nacht die Heavisideschicht Wellen aller Frequenzen gleich gut reflektiert; daß der Himmel in elektrischem Sinne durch die Strahlung seitens der Sendestation aufgehellt wird und Strahlen in die jenseits der Berge liegenden Täler sendet, wobei die Wirksamkeit der Signalgebung größer ist, wenn die Stationen nicht zu dicht unter den Hügeln liegen. Bei Tage verschleiert die ionisierte Mittelschicht der Atmosphäre die reflektierende Schicht und bricht die Wellen in gewissem Grade über die Berge hinweg. Diese Brechung ist, wie wir gesehen haben, bei einer Frequenz von 100 000 hundertfach kräftiger als bei einer Frequenz von 1 000 000, woraus sich die bereits angedeutete, den Ingenieuren bekannte Erfahrung erklärt. Ich habe nicht vermocht, irgendwelche reine Beweise herbeizuschaffen, um zu zeigen, ob die Zeichengebung über Hügel hinweg bei Nacht durch Herabsetzung der Frequenz der Strahlung verbessert wird, oder nicht. Die Sache wird durch die Änderung der Wirksamkeit der Antenne mit der Frequenz kompliziert.

Der Übergang von den Tagesverhältnissen zu den Nachtverhältnissen bezeichnet eine Periode von größtem Interesse. Die Bedeutung dieser Periode wird durch die Marconischen Kurven für die Intensität der zwischen den Stationen von Cape Breton und von Clifden in Irland gewechselten Signale[1]) nachdrücklich betont. Außerdem habe ich selbst Kurven für die Intensität von Signalen veröffentlicht, die in London von Clifden aus in der Dämmerung aufgenommen worden sind, sowie über die Anzahl und die Intensität der während derselben Perioden empfangenen natürlichen elektrischen Wellenzüge[2]). Die von Marconi mitgeteilten Tatsachen sind, ganz kurz gefaßt, folgende: Wellen von ungefähr 4000 m Länge (Frequenz 75 000), die von Westen nach Osten über den Atlantischen Ozean gehen, liefern zu Clifden den ganzen Tag über starke und stetige Signale, die nach Sonnenuntergang in Clifden allmählich schwächer werden, bis ungefähr $1^1/_2$ Stunden nach Sonnenuntergang ein Minimum der Stärke erreicht wird. Die Signale in Clifden nehmen dann allmählich an Stärke zu bis nach Sonnenuntergang in Cape Breton; zu dieser Zeit erreichen sie ein Maximum, das gelegentlich sehr hoch ist. Während der Nacht ist ihre Stärke sehr veränderlich; sie schwanken zwischen sehr schwachen und sehr starken. Kurz vor Sonnenaufgang in Clifden werden die Signale stärker und gehen zuweilen schnell auf ein hohes Maximum. Dann gehen sie ungefähr zwei Stunden später auf ein ausgesprochenes Minimum herab und kehren dann auf die normale Tagesstärke zurück. Die Tatsachen, die sich aus Messungen über die in meinem Londoner Laboratorium erhaltenen Signale aus Clifden ergaben, sind folgende: Während des Tages sind die Signale schwach und nicht sehr stetig; während der Dämmerung sinken sie auf ein Intensitätsminimum, etwa 20 Minuten nach Sonnenuntergang in London, d. h. zu einer Zeit, wo die Sonne an einem Orte zwischen London und Clifden gerade untergeht. Nach weiteren unregelmäßigen Schwankungen in der Stärke nehmen sie dauernd an Intensität zu bis lange nach Sonnenuntergang in Clifden. Zuweilen tritt etwa 10 Minuten nach Sonnenuntergang daselbst ein kurzes Intervall auf, das von heftigen Schwankungen der Signal-

1) Roy. Inst., Juni 1911.
2) Proc. Roy. Soc., Juni 1912.

stärke erfüllt ist, wobei die Töne im Telephon mit großer Schnelligkeit zwischen schwachen und lauten wechseln, gerade als ob das die Signale übertragende Medium von einer gewaltigen Bewegung erregt würde; darnach stellen sich dann die Signale rasch auf ihre normale Nachtstärke ein, die, wie bemerkt werden muß, stets größer ist als ihre normale Tagesstärke. Ähnliche, weniger ausgeprägte, Erscheinungen lassen sich bei Sonnenaufgang beobachten.

Es wird zweckmäßig sein, eine Erklärung für diese Erscheinungen zu geben, ehe ich meine Beobachtungen über natürliche elektrische Wellen hinzufüge. Zunächst ist es klar, daß, wenn bei Sonnenuntergang die Erddrehung ein Gebiet der mittleren Atmosphäre dem Sonnenlicht entzieht, eine Wiedervereinigung von Ionen in großem Maßstabe stattfinden muß. In ähnlicher Weise wird bei Sonnenaufgang eine Ionenbildung stattfinden. Die Gebiete, in denen diese Änderungen vor sich gehen, bilden einen großen kreisförmigen Gürtel um die Erdkugel, der gegen den Meridian um einen von der Jahreszeit abhängigen Winkel geneigt ist. Dieser Gürtel elektrischer Störung dreht sich natürlich fortwährend um den Erdball. Wir dürfen erwarten, daß sowohl die in der Sonnenaufgangshälfte des Gürtels auftretende Ionisierung als auch die in der Sonnenuntergangshälfte stattfindende Wiedervereinigung selbst in einer ruhigen Atmosphäre mit einem gewissen Grade von Unregelmäßigkeit vor sich geht; infolgedessen werden Flecken oder Bänke ionisierter Luft, analog den Nebelbänken, denen man auf See begegnet, vorübergehend über den in der Dämmerung liegenden Teilen der Erdoberfläche hängen. Es ist wahrscheinlich, daß diese Unregelmäßigkeiten in der Sonnenuntergangshälfte des Gürtels größer sind als in der anderen, denn es ist nicht unwahrscheinlich, daß im Laufe des Tages unter dem Einflusse örtlicher elektromotorischer Kräfte eine beträchtliche Trennung von Ionen entgegengesetzten Vorzeichens stattfinden wird. Auf jeden Fall ist die Wirkung solcher Haufen verschieden ionisierter Luft auf Wellen, die sich durch dieses Gebiet fortpflanzen, angesichts des Zusammenhangs zwischen der Geschwindigkeit der Wellen und der Konzentration der Ionen die, eine Zerstreuung durch wiederholte Brechung zu erzeugen. Daher ist zu erwarten, daß die Regelmäßigkeit der Übermittlung durch die stetig ionisierten horizontalen Schichten der beleuchteten Luft durch den Eintritt der vorübergehenden Dämmerungsflecken stark gestört werden wird, und die letzte Folge hiervon wird sein, daß die in den Empfangstelephonen gehörten Signaltöne geschwächt werden. Meine eigenen Beobachtungen über den Einfluß gewöhnlicher Wolken auf Signale beweisen, daß der Gürtel turbulenter Ionen oberhalb des gewöhnlichen Wolkenniveaus liegt und somit als eine Art Vorhang angesehen werden kann, der die Erde einhüllt und die mittlere Atmosphäre einnimmt, ohne die tieferen Schichten zu erreichen. Er beeinflußt daher die Bahnen der aus großen Entfernungen aufgenommenen Wellen und nicht die der aus geringen Entfernungen kommenden.

In der Sprache dieser Hypothese drücken wir diese Tatsachen der transatlantischen Telegraphie in der Weise aus, daß wir sagen: Erstens biegt während des Tages die Brechung in der ionisierten Mittelschicht der Atmosphäre einige der von Cape Breton kommenden Strahlen direkt nach Clifden, vielleicht unter Absorption; zweitens wird nach Sonnenuntergang in Clifden, aber vor Sonnenuntergang in Cape Breton, die von letzterem Punkte ausgehende Strahlung längs einer gekrümmten Bahn in dem Teile der mittleren Atmosphäre gebrochen, der noch beleuchtet ist, sie durchdringt dann den Dämmerungsgürtel und wird weiterhin auf ihrem Wege um die Erdkrümmung im Dunkeln durch die Heavisideschicht unterstützt; drittens bezeichnet die Dämmerung, während sie nach Westen fortschreitet, die Vernichtung einer brechenden Struktur, in welcher die Fortpflanzung eine gute ist, und die Herstellung einer reflektierenden Struktur, in welcher die Fortpflanzung gleichfalls besser ist als in dem Gürtel selbst. Es wird daher eine Lage des Gürtels geben, die ein Minimum der Signalstärke bewirken wird, und diese wird tatsächlich erreicht, wenn der Gürtel nicht sehr weit unterhalb des Horizonts der Empfangsstation liegt. Viertens und letztens scheint es, daß der Dämmerungsgürtel, wenn er über oder hinter der Sendestation hindurchgegangen ist, die Signale in willkürlicher, unregelmäßiger Weise durch einen Reflexionsvorgang, oder, weniger wahrscheinlich, durch irgendeine linsenartige Wirkung, verstärken kann. Es mag hinzugefügt werden, daß, wenn das Prinzip der optischen Reversibilität hier anwendbar ist, die nach beiden Richtungen gehenden Signale gleichzeitig einen Anstieg oder eine Abnahme der Intensität zeigen müßten, aber hierüber stehen uns keinerlei Angaben zu Gebote. Es ist möglich, die Überlegung noch weiter ins einzelne zu verfolgen, ohne auf unglaubliche Voraussetzungen zu stoßen; aber es ist hier nicht der Ort, Kleinigkeiten zu verfolgen. Wenn wir jetzt meine eigenen Beobachtungen über die Fortpflanzung von Clifden nach London, auf ungefähr 400 Meilen, vornehmen, so finden wir, daß die Fortpflanzung bei Tageslicht stets schlechter ist als im Dunkeln, ganz im Gegen-

satz zu den Erfahrungen bei der Signalgebung über den Atlantischen Ozean. Wir können dies als ein Zeichen dafür auffassen, daß die Strahlung von Clifden im Tageslicht hoch über Orte in Entfernungen wie 400 Meilen hinweggeht, um in Entfernungen von 1000 oder 2000 Meilen wieder herabzukommen. Wir sehen weiter, daß, wenn der Dämmerungsgürtel hinter Clifden vorübergeht, starke Intensitätsschwankungen auftreten, die möglicherweise von Reflexionen herrühren, genau wie bei der Signalgebung über den Atlantischen Ozean. Alle diese Bemerkungen über die Sonnenuntergangserscheinungen ließen sich jetzt auf entsprechende Sätze über den Sonnenaufgang übertragen; aber das bleibe dem Leser überlassen.

Ich muß hier auf eine andere bemerkenswerte Beobachtung hinweisen, die ich dank der Liebenswürdigkeit der Marconigesellschaft mitzuteilen in der Lage bin. Der Telegraphist eines der Schiffe, die über den Indischen Ozean nach Australien fahren, hat mehr als einmal bemerkt, daß, wenn sein Schiff einen bestimmten Teil der Bai außerhalb Melbournes erreicht, er imstande ist, kurze Zeitlang mit der Station auf den Kokosinseln zu verkehren. Die Inselstation und die Schiffsstation werden beide mit $1^1/_2$ Kilowatt betrieben, ihre Wellenlängen betragen nur 600 Meter, und die überbrückte Reichweite beträgt ungefähr 830 Meilen über Land und 2570 Meilen über den Ozean in westnordwestlicher Richtung. Dies stellt vermutlich einen Rekord der gelegentlichen Verständigung *(„freak" intercommunication)* dar. Auf den ersten Blick scheint es, als ob hierfür irgendeine besondere Konfiguration des Landes verantwortlich wäre, als ob das Schiff eine Art konjugierten Brennpunktes zu den Kokosinseln passierte. Bei näherer Betrachtung aber scheint sich dieser Zufall sehr leicht aus dem Umstande zu erklären, daß das Schiff diesen bestimmten Punkt der Bai stets ungefähr um 9 Uhr abends, Ortszeit, passiert. In diesem Augenblick wird die Sonne gerade hinter den Kokosinseln untergehen, und der Dämmerungsgürtel ist genau in der richtigen Lage, um die eben beschriebene zeitweise Verstärkung der Signale zu bewirken.

Die natürlichen elektrischen Wellen, die divergent von Blitzschlägen oder anderen atmosphärischen Entladungen ausgehen, legen oft lange Strecken über dem Erdball zurück und zeigen daher die Wirkung des Dämmerungsgürtels. Diese natürlichen elektrischen Wellenzüge geben sich in den Apparaten für drahtlose Telegraphie durch knackende oder rasselnde Geräusche im Telephon des bedienenden Beamten zu erkennen. Diese Irrgänger *(strays)*, wie sie kurz genannt werden, sind in unseren Breiten für gewöhnlich bei Nacht häufiger als bei Tage, und zwar sowohl in den Landstationen als auch in den Schiffsstationen, und um Sonnenaufgang und Sonnenuntergang gehen natürlich die Tagverhältnisse in die Nachtverhältnisse über. Den Übergang bei Sonnenuntergang habe ich bei Überfahrten über den Atlantischen Ozean im Sommer 1909 sorgfältig beobachtet. Es zeigte sich, daß der Übergang gewöhnlich plötzlich stattfand, und zwar ungefähr 10 Minuten nach Sonnenuntergang. Im November 1909 begann ich, die Irrgänger aufzuzeichnen, die ich um Sonnenuntergang in meinem Laboratorium in London empfing, und dabei stieß ich sogleich auf eine merkwürdige Erscheinung, die, wie sich herausstellte, auch bei Tagesanbruch auftrat. Die Erscheinung ist folgende: Wenn man etwa eine Viertelstunde vor Sonnenuntergang an einem günstigen Nachmittage im Spätherbst oder Winter zu horchen beginnt, so sind die im Telephon gehörten Irrgänger wenig zahlreich und schwach, wie sie es den ganzen Tag über gewesen sind; fünf Minuten nach Sonnenuntergang tritt dann eine Veränderung ein, die Irrgänger werden erheblich seltener und schwächer, bis 10 Minuten nach Sonnenuntergang eine plötzliche deutliche Beruhigung einsetzt und etwa eine Minute anhält. In dieser Periode herrscht häufig vollständige eindrucksvolle Stille. Dann fangen die Irrgänger an, wiederzukommen, sie nehmen rasch an Zahl und Stärke zu und gehen im Verlaufe weniger Minuten in den stetigen Strom starker Irrgänger über, wie er der Nacht eigentümlich ist. Die Beruhigung ist zuweilen sehr ausgeprägt, und zuweilen tritt überhaupt keine Beruhigung ein, sondern nur der Übergang vom einen Zustand zum andern. Letzteres scheint beim Morgengrauen das Gewöhnlichere zu sein. Die Verhältnisse sind in voller Ausführlichkeit in der bereits erwähnten Arbeit mitgeteilt, und dort habe ich auch eine Erklärung ausgearbeitet. Diese stützt sich auf die Annahme, daß die meisten Irrgänger in mittleren Breiten während der kalten Jahreszeit aus den Tropen entstehen, und daß infolgedessen die Mehrzahl derer, die in meinem Laboratorium ankommen, aus südlicher Richtung kommen. In diesem Falle müssen sie den Dämmerungsgürtel elektrisch gestörter Luft sehr schräg durchlaufen mit dem Ergebnis, daß ich ein sehr kurz anhaltendes, aber sehr vollkommenes Aufhören der Irrgänger beobachte, während der Gürtel annähernd über London hinweggeht. In derselben Arbeit führe ich die verhältnismäßig geringe Stärke der Irrgänger bei Tage auf Dispersion zurück, die in der ionisierten Mittelschicht der Atmosphäre auftritt, möglicherweise

im Verein mit Absorption. Ich muß hier erwähnen, daß dieses Minimum der Irrgänger unabhängig von mir von Herrn Marconi und seinen Mitarbeitern entdeckt und untersucht worden ist.

Während des Verlaufs der Sonnenfinsternis vom 17. April dieses Jahres wurden in meinem Laboratorium in London die aufgefangenen Irrgänger verzeichnet. Der Apparat war so eingestellt, daß er Signale von der Wellenlänge 5500 Meter, das ist annähernd die Wellenlänge der von Clifden ausgehenden Strahlung, aufnahm. Die Irrgänger waren recht zahlreich, und die Ergebnisse der Beobachtungen wurden graphisch dargestellt und veröffentlicht[1]). Die Kurve lehrt, daß das zeitliche Integral der Anzahl und Intensität der Irrgänger per Minute um $11^h 46^{min}$ a. m. 10 Einheiten betrug, rasch zu einem ersten Maximum von 22 Einheiten um $11^h 55^{min}$ anstieg, auf ein Minimum von 8 Einheiten um $12^h 4^{min}$ fiel, wieder zu einem Maximum von 28 Einheiten um $12^h 13^{min}$ stieg und ziemlich langsam auf 10 Einheiten, das normale Tagesniveau, um $12^h 40^{min}$ sank. Die Nachrichten bringenden Wellen von Clifden waren kurz und unregelmäßig, so daß keine Messung ihrer Intensität vorgenommen werden konnte; es war aber sehr deutlich zu merken, daß sie laut waren, wenn die Irrgänger laut waren, und umgekehrt, und zwar in roher Annäherung proportional den Irrgängern. Herr Lempfert vom Meteorologischen Institut teilte mir freundlichst mit, daß in den täglichen Wetterberichten vom 17. und 18. April keine Spur eines Gewitters während der Sonnenfinsternis zu finden war. Die Druckverteilung war über dem europäischen Kontinent für Gewitter nicht günstig, obwohl in dem System niedrigen Druckes über der pyrenäischen Halbinsel und dem nördlichen Norwegen elektrische Störungen vorgekommen sein können. Diese meine Ergebnisse wurden, soweit die Signale in Frage kommen, von Herrn Schledermann von der dänischen Marine bestätigt[2]). Die Stärke der vom Blaavands Huk-Leuchtturm in der Nordsee ausgesandten Signale wurde auf der Werft von Kopenhagen, in 300 km Entfernung gemessen, und es wurde eine „sehr ausgeprägte Verstärkung der Signale" beobachtet. Die stärksten Signale wurden wenige Minuten nach dem Maximum der Finsternis empfangen. Das Vorhandensein irgendeines Minimums erwähnt Herr Schledermann nicht. Ich kehre nun zu meinen eigenen Ergebnissen zurück: Das Minimum, das so tief in die große allgemeine Verbesserung der Fortpflanzung einschneidet, tritt dann auf, wenn die Achse des Schattenkegels gerade von der Bai von Biscaya nach Frankreich übergeht. Wenn es gestattet ist, anzunehmen, daß die Hauptquelle der Irrgänger eine einzelne und ziemlich konzentrierte war, so deute ich die gesamte Erscheinung folgendermaßen: Die Verdunklung der Atmosphäre, die durch das Herannahen des Halbschattens verursacht wird, geht so sehr allmählich vor sich, daß die Wiedervereinigung der Ionen sanft und gleichmäßig erfolgt, und die darauf folgende Entfernung der ionisierten Schichten aus dem weiten beeinflußten Gebiete bringt die Sachlage halbwegs auf den Nachtzustand. Aber der Schattenkegel ruft eine verhältnismäßig plötzliche Erfüllung der übrigen Stufen der Entionisierung hervor und kann daher hinsichtlich der Ionisation als heterogen angesehen werden. Meine Beobachtungen zeigen daher: erstens, daß die Fortpflanzung rasch besser wurde, als der Halbschatten über Westeuropa und Westafrika hinwegglitt; zweitens, daß der Schatten selbst, als er die Bai von Biscaya in der Richtung nach Frankreich hin kreuzte, die Fortpflanzung zu behindern begann, wobei seine Störung am größten war, nachdem er in der Nähe von Les Sables in Frankreich eingedrungen war, das heißt, daß er in diesem Augenblick unmittelbar zwischen London und der Quelle der Irrgänger lag; drittens, daß das Ionengemisch, das der Schatten verursacht hatte, schnell verschwand, als der Schatten weiter rückte, und daß der weit ausgebreitete Halbschatten bald wieder seine Fähigkeit zeigen konnte, die Fortpflanzung zu fördern, die sich inzwischen gebessert hatte; viertens, daß die Verbesserung der Fortpflanzung zunahm, bis der Schatten Belgien erreichte, und dann langsam mit dem Schwinden des Halbschattens abnahm. Zu der Zeit, da die Achse des Schattenkegels Dänemark erreicht hatte, hatte der Scheitel die aktiven Grenzen unserer Atmosphäre verlassen, und daher war in Kopenhagen kein so deutliches Minimum der Signalstärke zu erwarten, wie in London gehört wurde. Es ist interessant, zu bemerken, daß der große durch London und Les Sables gelegte Kreis in der Nähe von Madrid, durch die westliche Sahara und durch Sierra Leone hindurchgeht. Irgendwo auf dieser Linie, die von der reinen Südrichtung ein wenig nach Westen abweicht, liegt vermutlich die Quelle der Irrgänger. Das stimmt mit der Folgerung überein, die ich bereits aus dem Minimum der Irrgänger bei Sonnenuntergang gezogen habe, und wenn wir es als feststehende Tatsache annehmen, so können wir aus den Beobachtungen während der Sonnenfinsternis schließen, daß die Wieder-

1) Nature, 25. April 1912; Electrician, 26. April 1912.
2) Electrician, 31. Mai 1912.

vereinigung der atmosphärischen Ionen im großen Maßstabe viel langsamer vor sich geht als die Bildung von Ionen. Das wirft wiederum Licht auf die Tatsache, daß das Minimum der Irrgänger bei Sonnenuntergang stärker ausgeprägt ist als das beim Morgengrauen auftretende. Vielleicht muß ich, ehe ich diesen Abschnitt abschließe, zeigen, daß die Erscheinungen bei der Sonnenfinsternis ganz anders verlaufen wären, wenn an Stelle der atmosphärischen Entladungen eine an der Quelle der Irrgänger aufgestellte Station für drahtlose Telegraphie mit langen Wellen für die Messungen benutzt worden wäre. Es würde ein Minimum vorhanden gewesen sein, aber wahrscheinlich keine guten Maxima, denn die Brechung in der von der Sonne bestrahlten Luft zerstreut zwar die von einer Blitzentladung herrührende heterogene Strahlung, dürfte aber eine reine Welle auf ihrem Wege zu ihrem Bestimmungsorte fördern und tut dies auch oft. Das hängt aber von der Absorption ab.

Der nächste Punkt, mit dem wir es auf dieser Stufe zu tun haben, ist der bemerkenswerte Umstand, der die gelegentlichen Signalreichweiten betrifft, auf die Marconi in seiner jüngsten Rede in der Royal Institution aufmerksam gemacht hat. Es scheint, daß die Erreichung außergewöhnlicher Entfernungen in der Nord-Süd-Richtung häufiger ist als in der Ost-West-Richtung. Ich glaube, der Grund hierfür liegt in den wahrscheinlichen Unregelmäßigkeiten der Ionisationsverhältnisse, die in der Umgebung des Dämmerungsgürtels bei seinem Wege um die Erdkugel zurückbleiben können. Wenn die positiven und negativen Ionen bei Tage in irgendwelcher Ausdehnung getrennt werden, so wird ihre vollständige unmittelbare Wiedervereinigung in der Dämmerung unmöglich gemacht, und daher bleiben Flecken ionisierter Luft zurück. Es ist klar, daß diese Flecken sehr wohl eine allgemeine Anordnung parallel zu jener des Dämmerungsgürtels haben können, von dem sie Bruchstücke sind. Das heißt, die Flecken ionisierter Luft, die vom Tage her übrig geblieben sind, werden die Gestalt unregelmäßiger Bänder haben, die den Meridianen, je nach der Jahreszeit mehr oder minder eng, folgen. Ihre Gegenwart wird die Fortpflanzung in ost-westlicher Richtung schwieriger gestalten als die in nord-südlicher Richtung. Ich zitiere aus dem Vortrage Marconis: Schiffe, die fern von der spanischen Küste oder um die italienische Küste herum mehr als 100 Meilen entfernt sind, können während der Stunden der Dunkelheit fast immer mit den an der englischen und irischen Küste gelegenen Poststationen verkehren, während dieselben Schiffe, wenn sie sich in ähnlicher Entfernung auf dem Atlantischen Ozean westlich von diesen Inseln und auf dem üblichen Wege zwischen England und Amerika befinden, kaum jemals mit diesen Küstenstationen anders als mit Hilfe besonders leistungsfähiger Instrumente verkehren können. Diese von mir geforderten schwimmenden Bänder oder Streifen ionisierter Luft liefern, wenn sie wirklich vorhanden sind, eine leichte Erklärung für die fortwährenden Veränderungen in der Stärke der Signale auf große Entfernungen bei Nacht. Wenn man nämlich in einer schlechten Nacht auf das Steigen und Fallen der Intensität horcht, so kann man unmöglich dem Gedanken widerstehen, daß gewaltige halbdurchlässige Schirme zwischen der Sendestation und dem Hörer hin und her bewegt werden. Wir würden erwarten, daß im Einklang mit dem Gesetz der Ionenbrechung der Effekt bei langen Wellen stärker wäre als bei kurzen, aber die Erfahrung lehrt, daß es anders ist. Es verdient bemerkt zu werden, daß die Autoritäten der Stationen mit großer Leistungsfähigkeit, die täglich neue Botschaften an die Schiffe auf See senden, es stets ratsam gefunden haben, möglichst spät nach Sonnenuntergang an der westlichsten Station zu arbeiten, weil, wenn die Nachrichten zu nahe an Sonnenuntergang ausgesandt werden, manche Schiffe nicht in der Lage sind, sie zu empfangen, während es anderen, die sich möglicherweise in größerer Entfernung befinden, leicht gelingt.

Der Verfasser hat im Verlaufe von Versuchen an Bord eines von der nordamerikanischen Küste fortfahrenden Schiffes im August 1909 folgende selten beobachtete Erscheinung festgestellt. Die Versuche wurden damals mit einem Apparate angestellt, der angefertigt worden war, um die Richtung zu bestimmen, aus welcher die Signale kamen. Bei verschiedenen Gelegenheiten nun wichen an einem bestimmten Tage (aber nicht an anderen Tagen) die Bestimmungen des Azimuts einer 40 Meilen entfernten Sendestation in ihren äußersten Werten um nahezu einen Kompaßpunkt voneinander ab. Es scheint nun nicht unwahrscheinlich, daß diese Abweichungen durch das Vorhandensein brechender Bänke ionisierter Luft verursacht worden sein könnten, die auf der Meeresoberfläche ruhten. Daß man auf See große Schwankungen der Ionisation antrifft, wissen wir aus Messungen wie denen von Burbank[1]), um hier nur einen Beobachter zu nennen. Burbank fand, daß das spezifische Leitvermögen auf dem Atlantischen Ozean zwischen 0,05 und 1,09 — also im Verhältnis 1 : 20 — innerhalb einer kurzen Strecke schwankte; eine solche Schwan-

1) Terrestrial Magnetism, September 1905.

kung ist völlig ausreichend, um starke brechende Wirkungen hervorzubringen. Es ist vielleicht angebracht, in diesem Abschnitt eine andere und häufiger auftretende Tatsache zu erwähnen, nämlich die, daß es schwieriger ist, Signale längs einer Küstenlinie zu senden, besonders wenn diese unregelmäßig ist, als über Land, und erst recht über See. Dies wäre ohne weiteres zu verstehen, wenn wir wüßten, daß die Konzentration der Ionen in der Luft über dem Meere sich normalerweise von jener über dem Land unterschiede; die unmittelbaren Versuchsergebnisse scheinen indessen gegen diese Annahme zu sprechen. Andererseits ist häufig festgestellt worden, daß es schwieriger ist, über dicht bewaldetes Land zu signalisieren als über freie Strecken. Wenn dies richtig ist, so kann man es auf die Absorption der Wellen zurückführen; es erinnert aber auch an die Bemerkung, daß die durch Pflanzenwuchs erzeugte Ionisation in den niederen Schichten der Atmosphäre einen negativen Ionisationsgradienten erzeugen wird, durch den die Wellen aufwärts gebrochen werden. Dieselbe Bemerkung darf man hinsichtlich der Telegraphie über große Landstrecken machen, auf denen radioaktive Materie im Boden verstreut vorkommt, und sogar hinsichtlich der Telegraphie über Land, das bei Sonnenschein photoelektrische Eigenschaften aufweist. In allen diesen Fällen würden Wellen von hoher Frequenz bessere Dienste leisten als solche von geringer, vorausgesetzt, daß das Gelände nicht gebirgig ist. Die Erfahrung der Ingenieure spricht jedoch, soweit die Zeichengebung über Wälder in Frage kommt, in diesem Punkte gegen mich.

Es besteht anscheinend kein Zweifel darüber, daß Signale schlecht durch ein Gebiet gehen, in dem ein heftiger Sturm wütet. Es liegt auf der Hand, daß heftige Winde die Gleichförmigkeit der elektrischen Schichtung in der mittleren Atmosphäre bei Tage vernichten und die Lage und den Zustand der oberen reflektierenden Schicht in ähnlicher Weise beeinflussen können.

Die letzte Erscheinung, auf die ich an dieser Stelle hinweisen muß, ist die Wirkung des Nordlichts auf die Wellenfortpflanzung. Herr C. H. Taylor hat vor einigen Jahren drei Wintermonate lang mit einigen Stationen der Amerikanischen Marconi-Gesellschaft in der Nähe des nördlichen Polarkreises gearbeitet. Er fand, daß das Nordlicht einen äußerst tiefgreifenden Einfluß auf die Signale ausübte, und zwar stets einen günstigen. Zuweilen brachte, wenn die Signale für die Verständigung zu schlecht waren, ein Nordlicht augenblicklich eine gute Verständigung zuwege. Tatsächlich pflegte der Telegraphist, wenn während der Aufnahme die Signale schwach wurden, zur Tür des Amtszimmers zu gehen, in die Nacht hinauszublicken und zu finden, daß, wie er erwartet hatte, das Nordlicht verschwunden war. Die Wirkungen waren am stärksten, wenn das Nordlicht sich rings um den Zenit erstreckte. Seither ist die Beobachtung gemacht worden, daß gelegentliche große Reichweiten in Nächten, in denen sich ein glänzendes Nordlicht entfaltet, südlich sogar bis nach Montreal hinunter, äußerst häufig sind. Wenn es zulässig ist, die obere leitende Schicht Heavisides mit den Schichten zu identifizieren, in denen sich das Nordlicht bildet, so ist dieser Zusammenhang von Nordlichtern und Signalen ein positiver Beweis dafür, daß die oberen Schichten selbst auf die Entfernung von ungefähr 100 Meilen, in der Herr Taylor arbeitete, tatsächlich eine große Rolle spielen. Die Schärfe, mit der gute und schlechte Signalgebung einerseits mit dem Auftreten und Fehlen von Nordlichtern andererseits zusammenfallen, schließt die Möglichkeit aus, daß das Nordlicht irgendwie die Durchsichtigkeit der unteren Schichten und damit mittelbar die Signalgebung beeinflussen könnte. Diese letztere Folgerung wird denn auch vollkommen durch die Ergebnisse bestätigt, wie sie Simpson[1]) erhalten hat. Diese Ergebnisse beweisen nämlich, daß sich bisher keinerlei irgendwie gearteter Zusammenhang zwischen Nordlichtern und elektrischem Zustande der unteren Atmosphäre ermitteln läßt. Im Hinblick auf diesen Punkt ist die Frage nach der Höhe des Nordlichts von Interesse. Einige Beobachter haben hierfür die Zahl 10 km oder noch weniger angegeben; das neueste und zuverlässigste Ergebnis ist indessen das von Störmer, der die Höhe auf photographischem Wege als zwischen 40 km und 370 km schwankend bestimmt hat[2]). Nehmen wir diesen Wert an, so scheint erwiesen zu sein, daß elektrische Wellen, die bei Nacht 100 Meilen weit wandern, durch die Verhältnisse in Gebieten der Atmosphäre beeinflußt werden können, die mehr als 25 Meilen hoch sind. Da andererseits auf der ganzen Welt ein Zusammenhang zwischen Nordlichtern und erdmagnetischen Störungen besteht, so dürfen wir erwarten, daß ein unter irgendeiner Breite auftretendes magnetisches Gewitter auf die Leichtigkeit oder Schwierigkeit der Fortpflanzung elektrischer Wellen auf große Entfernungen von Einfluß sein wird. Die einzige Beobachtung im Zusammenhang mit dieser Frage, von der ich weiß, ist eine negative, die ich während des großen magnetischen Gewitters am 25. September 1909 gemacht habe[3]). Diese

1) Trans. Roy. Soc., Juli 1905.
2) C. R., Mai 1911.
3) Electrician **63**, 1001, 1909.

Beobachtung schien zu zeigen, daß die während des Gewitters aufgefangenen Irrgänger einen ganz gewöhnlichen Charakter hatten und weder häufig noch stark waren, und daß die Signale von den gewöhnlichen nicht merklich verschieden waren. Die erwähnten Signale kamen indessen alle aus geringen Entfernungen, und die Wirkung magnetischer Gewitter auf die Fortpflanzung elektrischer Wellen über große Strecken bleibt somit eine offene Frage.

Einer der interessantesten Punkte, zu denen diese Mitteilung führt, ist die genaue Quelle der in London empfangenen Irrgänger. Für gewöhnlich führt man alle Irrgänger auf Blitzschläge zwischen Massen geladener Luft oder zwischen geladener Luft und der Erde zurück, und zwar hauptsächlich aus dem Grunde, weil jeder Blitzschlag einen Irrgänger hervorbringt — eine der frühesten Beobachtungen in der Geschichte der drahtlosen Telegraphie —, und weil jedes innerhalb eines Umkreises von hundert Meilen von einer Station für drahtlose Telegraphie auftretende Gewitter Irrgänger hervorbringt, deren Stärke in roher Annäherung der Entfernung von der Station entspricht. In gemäßigtem oder kaltem Klima sind aber oft Irrgänger häufig, wenn keine örtlichen Gewitter vorliegen. Im Jahre 1910 haben Herr Morris Airey in Newcastle und ich in London[1]) gleichzeitig Aufzeichnungen von Irrgängern während vieler Nächte und Tage vorgenommen. Als wir unsere Aufzeichnungen verglichen, erwies es sich als möglich, die einzelnen Irrgänger mit Sicherheit zu identifizieren. Das allgemeine Ergebnis einer langen Beobachtungsreihe war, daß ungefähr 70 v. H. der Irrgänger, die in Newcastle gehört wurden, denselben Ursprung und ungefähr dieselbe Intensität hatten wie die entsprechenden in London gehörten. Hieraus folgt, daß die Quelle in großer Entfernung im Vergleich zu der Entfernung zwischen den Stationen liegt. Dieser Schluß wird vielleicht in gewissem Grade durch einige Beobachtungen unserer Postbeamten bestätigt, die dahin gehen, daß die Irrgänger in weit verteilten Stationen der Britischen Inseln gleichzeitig selten oder häufig sind[2]). Soweit diese Ergebnisse reichen, können die Entladungen außerirdisch sein oder nicht. Die erstere Möglichkeit erscheint unwahrscheinlich für einen Anhänger der elektrischen Leitfähigkeit der oberen Schichten der Atmosphäre; auch die Erscheinungen der Dämmerung und der Sonnenfinsternis weisen auf eine Quelle im Süden hin, eine Frage, die durch die Verwendung richtender Antennen erledigt werden müßte. Ich habe mich bemüht, zu entscheiden, ob sie aus einem besonderen Zentrum kommen, und zwar auf folgende Weise: Der Empfangsapparat wurde nacheinander auf verschiedene bestimmte Empfindlichkeiten eingestellt, und dann wurde die Anzahl der bei jeder Empfindlichkeit in einer Minute aufgefangenen Irrgänger gezählt. Unter der Annahme des Gesetzes der umgekehrten Quadrate oder irgendeines anderen Gesetzes für die Fortpflanzung läßt sich die Anzahl in der Minute durch die Ordinaten einer Kurve mit den Reichweiten des Apparates als Abszissen darstellen. Wenn eine solche Kurve ein oder mehrere Gebiete hat, in denen der Gradient nahezu Null ist, so bezeichnet jede solche Stelle offenbar das Vorhandensein einer konzentrierten Quelle der Irrgänger. Dies Verfahren ist statistischer Natur und erfordert daher die Vornahme zahlreicher Aufzeichnungen. Der Schluß, zu dem ich im Winter 1910 gelangte, war der, daß unsere Irrgänger für gewöhnlich eine bestimmte Quelle haben, aber ich habe noch keine Gelegenheit gehabt, die Messungen zu wiederholen. Als einen Versuch zur Lokalisierung der Quelle habe ich einen Freund in Transvaal gebeten, die genauen Zeiten der Blitzschläge in den heftigen Abendgewittern jenes hohen Tafellandes aufzuzeichnen. Soweit diese Aufzeichnungen reichen, zeigen sie, daß zwar einige unserer Irrgänger dort herkommen, daß aber Transvaal nicht die Quelle ist, die sich aus dem vorstehenden Verfahren ergibt.

1) Proc. Roy. Soc., März 1911.
2) J. E. Taylor, Inst. El. Eng., 1911.

W. Peddie, Das Gesetz der Schwingungen gleichen Volumens in Metallen.

Der einfachste Fall von Schwingungen, bei denen keine Volumenänderung stattfindet, ist jener der Torsionsschwingungen eines Drahtes. Für eine Substanz, für die das Hookesche Gesetz genau erfüllt wird, ist zu erwarten, daß das Schwingungsgesetz das einfache harmonische Gesetz sein wird, und diese Annahme wird für einen Draht aus Stahl oder Eisen durch das Experiment gestützt, wenn die Spannung nicht allzu groß ist. Bei zäheren Drähten jedoch, wie Kupfer- oder Zinkdrähten, kann die Abweichung vom Hookeschen Gesetz sehr groß sein, und dann ergibt es sich, daß die Schwingungen nicht mehr isochron sind, sondern daß die Periode für große Schwingungen größer ist als für kleine. Weiter ist die Zeit der Schwingung von der maximalen Winkelausweichung nach innen zur Nullage sehr ausgesprochen größer als die Schwingung von der Nullage nach außen bis zur nächsten maximalen Ausweichung. Die Kurve für die Ausweichung als Funktion der Zeit zeigt einen Wendepunkt. Dieser entspricht der Ruhelage. Die oben er-

wähnte Nullage ist die Winkelstellung, um welche die Schwingungen erfolgen, und gegen welche sie beim Abklingen konvergieren. Es zeigt sich, daß eine harmonische Kurve, deren Wendepunkt mit der Ruhelage zusammenfällt, und deren Maximum mit der maximalen Ausweichung über jene Ruhelage hinaus zusammenfällt, auf ihrem ganzen Verlaufe vom Maximum einwärts bis zur Ruhelage, von der Ruhelage einwärts bis zum Nullpunkt, und vom Nullpunkt auswärts bis zu einem Punkte, der auf seiner anderen Seite ebenso weit entfernt liegt, wie die Ruhelage auf der ersten, praktisch mit der experimentellen Kurve zusammenfällt. Im übrigen Teile der Schwingung nach außen weicht die experimentelle Kurve rasch von der einfachen harmonischen Kurve ab und erreicht früher ein Maximum, das bei einer geringeren Ausweichung auftritt.

Diese Übereinstimmung zwischen dem Schwingungsgesetz und dem einfachen harmonischen Gesetz über den größeren Teil einer Halbschwingung, selbst in einem Falle, wo die Viskosität so groß ist, daß die Amplitude in einer einzigen Halbschwingung auf ein Drittel ihres Anfangswertes sinkt, war vermutlich nicht vorauszusehen. Es ist interessant, ihre Beziehung zu der Auffassung von G. Wiedemann zu erwähnen, nach welcher der Energieverlust in einem schwingenden Drahte von der Arbeit der Verzerrung beim Übergange von einer Ruhelage in die andere herrührt.

Der bei den Versuchen benutzte Apparat war mit einem Torsionskopf ausgestattet, der gestattete, den Draht in Schwingungen zu versetzen, ohne gewöhnliche Pendelschwingungen von solcher Ausdehnung zu erregen, daß sie hinreichten, um die Ergebnisse zu beeinflussen. Das am freien Ende des Drahtes befestigte Gewicht hatte die Gestalt eines kreisförmigen Messingringes, aus dem nach unten spitze Messingnadeln hervorragten. Diese Nadeln waren auf dem Ringe in gleichen Winkelabständen konzentrisch angeordnet, und unter ihnen eine Ebonitplatte aufgestellt, in der radiale Quecksilbernäpfe so angeordnet waren, daß die Nadeln auf verschiedenen Stufen der Umdrehung des Ringes mit ihnen elektrischen Kontakt herstellen konnten. Der Winkelabstand zwischen den Näpfen war von jenem zwischen den Nadeln verschieden, so daß das Noniusprinzip zur Anwendung kam. Auf diesem Wege war es möglich, die Momente, in denen die aufeinanderfolgenden Winkelstellungen in Abständen von zwei Grad erreicht wurden, chronographisch aufzuzeichnen. Bei den Versuchen stellte sich heraus, daß es völlig ausreichte, in Abständen von zehn Grad Aufzeichnungen zu machen.

S. Chapman, Die Anzahl der Sterne und ihre Bedeutung für die Sternverteilung.

Die Anzahl der Sterne von bestimmter photographischer Größenordnung in verschiedenen Teilen des Himmels bildet die notwendige Grundlage für jede statistische Untersuchung über die Konstitution und Struktur der Sternenwelt, aber bisher sind darüber noch keine befriedigenden Bestimmungen veröffentlicht worden. Pickering und Kapteyn haben jeder Untersuchungen über die Anzahl der Sterne bestimmter sichtbarer Größe veröffentlicht, die keineswegs gut übereinstimmen. In der vorliegenden Arbeit wurden photographische Größen benutzt, und die Arbeit wurde in einer Anzahl verschiedener Teile ausgeführt, da es sich ergab, daß kein Verfahren der Sternphotographie in einem Bereiche von mehr als 4 oder 5 Größenordnungen gute Ergebnisse liefert. Die Daten wurden alle auf denselben Maßstab photographischer Größe reduziert, und zwar durch Vergleichung mit der Pickeringschen Reihe der Nordpolarsterne von bestimmter photographischer Größe. Bei den Zählungen wurden die Sterne nach ihrem Abstande von der Milchstraße gruppiert. Die Milchstraßenlänge wurde des unzureichenden Materials wegen nicht berücksichtigt. Die einzelnen Gruppen des benutzten Materials beziehen sich nicht auf dieselben Teile des Himmels, doch wurde angenommen, daß dies nichts ausmachte, vorausgesetzt, daß Gebiete derselben Milchstraßenbreite zusammen gruppiert werden.

Es ergab sich, daß die Zunahme der Anzahl der Sterne gegen die 17. Größe hin viel stärker abnahm, als Kapteyn gefunden hatte. Andererseits ist die Zunahme der Sternenzahl in allen Milchstraßenbreiten nahezu dieselbe. Hier weichen wiederum die Ergebnisse weit von den Kapteynschen Zahlen ab. Die Anzahl der Sterne wurde berechnet, und bis zur 17. Größe hinab gilt die Formel

$$\frac{dN}{dm} = e^{a + bm - cm^2}$$

gut und kann durch Integration bis auf Unendlich zur Bestimmung der Anzahl der Sterne benutzt werden.

Das Ergebnis ist 400 bis 500 Millionen, das ist weniger, als für gewöhnlich angenommen wird.

J. G. Gray, Einige neue Kreisel.

Herr Gray zeigte einen Gleichstrommotor-Gyrostaten, dessen Schwungrad ein großes Trägheitsmoment hatte und mit großer Winkelgeschwindigkeit gedreht werden konnte.

Er wurde auf „Stelzen“, auf einem „Schlitt-

schuh", auf einer gekreuzten Bifilarpendelanordnung nach Lord Kelvin vorgeführt, die zum Nachweise des Prinzips des Kreiselkompasses aufgebaut war, sowie als Kreiselpendel. Eine Beschreibung des Gray-Burnsideschen Motorgyrostaten ist auf Verlangen von der Firma J. J. Griffin & Sons, London, erhältlich.

J. C. McLennan, Über die flüssiger Luft durch α-Strahlen erteilte Leitfähigkeit.

Die Leitfähigkeit wurde mit einem Apparate gemessen, der dem von Curie und Becquerel für flüssige Dielektrika benutzten ähnlich war. Die flüssige Luft war in frischem Zustande ein guter Isolator, doch traten beim Stehen Störungen auf, die von der Bildung von Kohlensäureschnee herrührten. Der Strom wurde unter denselben Bedingungen für gasförmige Luft unter verschiedenen Drucken und für Luft unter einem Druck von 101 kg/cm² erhalten, und es ergab sich eine Kurve, die der für flüssige Luft geltenden sehr ähnlich war (s. Fig. 2).

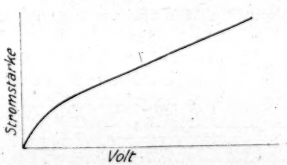


Fig. 2.

Die kontinuierliche Aufwärtsneigung erklärt sich durch teilweise Verhinderung der Ionen-Wiedervereinigung.

J. C. McLennan, Über die Intensität der durchdringungskräftigen Strahlung der Erde über dem Lande und über großen Wasserflächen.

Herr McLennan nimmt an, daß der größere Teil dieser durchdringungskräftigen Strahlung seinen letzten Ursprung in den Gesteinen und im Erdboden hat. Die tägliche Schwankung über Land in Toronto ist gering — ihr größter beobachteter Wert ist 3 v. H. Über dem Ontariosee sinkt die Leitfähigkeit der Luft auf 50 v. H., aber die tägliche Schwankung ist immer noch gering. Dies weicht von der Erfahrung anderer Beobachter ab: Campbell fand in Cambridge eine tägliche Schwankung von 10 v. H. Der Verfasser beschloß, die Leitfähigkeit der Luft hier zu untersuchen, und fand, daß die Schwankungen in England auch gering waren, und zwar von derselben Größenordnung wie in Amerika. In Cambridge wurden sekundlich 9,03 Ionen im Kubikzentimeter erzeugt.

Das Elektroskop des Herrn McLennan für die Messung des Elektrizitätsverlusts ist in einem luftdichten Kasten enthalten, und die Luftdichtigkeit des Kastens ist der Grund für die geringen Schwankungen. Innerhalb des Kastens war ein Aneroidbarometer angebracht, das eine bequeme Ablesung der Druckänderungen gestattete. Während der Arbeiten eines Jahres wurde keine Änderung beobachtet, und somit wurde die Leitfähigkeit einer und derselben Luftmenge untersucht.

Die nachstehende Tabelle veranschaulicht die gewonnenen Ergebnisse:

Ort	Anzahl der sekundlich im Kubikzentimeter erzeugten Ionen
Cambridge (England)	9,03
Midlothian (Schottland) . . .	8,3
Toronto (Amerika)	
I. Laboratorium	9,1
II. Meteorologisches Observatorium	8,9
III. Rasenplatz	7,3
IV. Über dem See	4,5

Auf einer Reise von Glasgow nach Montreal wurden beobachtet:

Sept.	17.	18.	19.	20.	21.	22.	23.	24.
	6,4	6,5	6,0	5,4	6,6	5,7	5,8	5,9
Glasgow								Montreal.

Diese Tabelle lehrt, daß die Leitfähigkeit über dem Meere kleiner ist als über dem Lande.

Diskussion:

Herr Rutherford bestätigte die Ergebnisse des Herrn McLennan und meinte, daß ein Teil der übrig bleibenden Strahlung möglicherweise von dem Metall des benutzten Gefäßes herrühren könne.

Herr Strutt fand, die tägliche Schwankung sei von so vielen Beobachtern erhalten worden, daß er glaube, sie sei ein tatsächlicher Effekt.

E. Rutherford, Über den Ursprung der von radioaktiven Substanzen ausgehenden β- und γ-Strahlen.

Es stellt sich heraus, daß die β-Strahlung komplexer ist als die α-Strahlung. Hahn hat dargetan, daß wenn ein transversales Magnetfeld auf ein β-Strahlenbündel einwirkt, eine Art Spektrum entsteht, das kein kontinuierliches Geschwindigkeitsbereich aufweist, sondern Gruppen homogener Strahlen von bestimmten Geschwindigkeiten. Radium B und Radium C senden 30 verschiedene Gruppen aus.

Es wird folgende Erklärung für die Erscheinungen gegeben: Das β-Teilchen entweicht aus jedem Atom mit derselben Energie E_0. Beim Entweichen kann ihm ein Teil dieser Energie schrittweise entzogen werden, und zwar hängt die Anzahl dieser Schritte von der Anzahl der Elektronenringe ab, die das β-Teilchen durchbricht. Bezeichnet man die von Hahn gefundenen Geschwindigkeitsgruppen für Radium B und Radium C mit den Zahlen 21, 20, 19, . . ., und bildet man die Differenzen der Energien aus den Geschwindigkeiten zweier benachbarter Gruppen, so findet man, daß sich diese Differenzen durch die Kombination zweier einfacher Größen, E_1 und E_2, ausdrücken lassen.

Die Geschwindigkeit der β-Teilchen in „21" ist 0,96 der Lichtgeschwindigkeit. Die Tabelle zeigt folgendes:

Linien	Energiedifferenzen
21—20	E_1
20 – 19	$3\,E_1$
19—18	E_2
18—17	$4\,E_1$
17—16	$E_1 + E_2$
16—15	$2\,E_2$
15—14	$2\,E_1 + 2\,E_2$
14—13	$3\,E_1 + 2\,E_2$
13—12	$4\,E_1 + 2\,E_2$
12—11	$3\,E_1 + 3\,E_2$

Die Energie des β-Teilchens hat die Form $E_0 - (pE_1 + qE_2)$, und die Energie, die das β-Teilchen verliert, erscheint wieder in p γ-Strahlen von der Energie E_1 und q γ-Strahlen von der Energie E_2.

W. H. Eccles und A. J. Makower, Die Erzeugung elektrischer Schwingungen durch Funkenstrecken, die in strömende Flüssigkeiten eintauchen.

Das gewöhnlichste Verfahren zur Erzeugung elektrischer Schwingungen für die Zwecke der drahtlosen Telegraphie ist die Erzeugung durch die Entladung eines Kondensators durch eine Selbstinduktionsspule und eine Luftstrecke hintereinander. Wenn man es mit einer großen Energiemenge zu tun hat, so besteht die Neigung zur Bildung eines dauernden Bogens zwischen den Elektroden, und dadurch wird der Wirkungsgrad der Apparatur herabgesetzt. In der vorliegenden Arbeit wird eine Reihe von Versuchen beschrieben, durch die festgestellt werden sollte, ob sich der Wirkungsgrad dadurch steigern läßt, daß man den Funken in einer strömenden Flüssigkeit übergehen läßt. Die bei den Versuchen benutzten Flüssigkeiten waren Wasser und Transformatoröl. Wenn die Versuche auch zeigen, daß der erreichte Wirkungsgrad nur von derselben Größenordnung ist wie der, welcher sich mit der Luftfunkenstrecke erreichen läßt, so sind doch die Einzelheiten der Versuche von Interesse und legen Methoden nahe, die in gewissen Gebieten von Nutzen sein dürften.

Die einfachste Form des Entladers, mit dem der Verfasser gearbeitet hat, bestand aus einer Ebonitröhre, durch deren Seiten die Elektroden hineinragten und eine kleine Funkenstrecke in der Mitte der Bohrung bildeten. Wenn Wasser durch die Röhre hinabgeschickt wurde, ließ sich mit Spannungen von etwa 1000 Volt an der Funkenstrecke ein sehr stetiger oszillierender Strom erhalten. Bei Verwendung von Öl mußten die Spannungen von derselben Größenordnung sein wie die bei Luftfunkenstrecken zur Erzielung der besten Ergebnisse benutzten, und dabei mußten gleichzeitig die Funkenstrecken kleiner sein als die Luftfunkenstrecken. Es wurden andere Formen des Entladers hergestellt, bei denen dafür gesorgt war, daß der Funke unter großen hydrostatischen Drucken auftrat, aber diese Anordnungen zeigten in elektrischer Hinsicht keinen eigentlichen Vorteil gegenüber den Entladern, die mit Flüssigkeiten unter Atmosphärendruck benutzt wurden. Nachstehend sind Dämpfungskurven für verschiedene Koppelungsgrade zwischen Primär- und Sekundärkreis wiedergegeben. Sie zeigen, daß

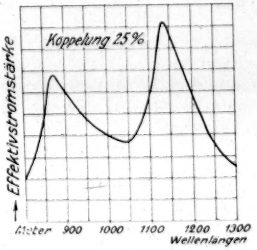


Fig. 3.

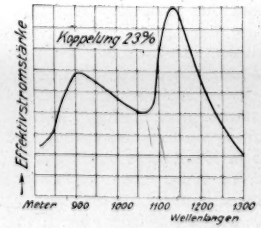


Fig. 4.

der Funke in Wasser nahezu denselben Gesetzen gehorcht wie der Funke in Luft, und daß der Funke in Öl die als Stoßerregung be-

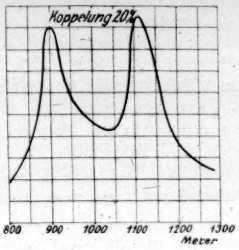


Fig. 5.

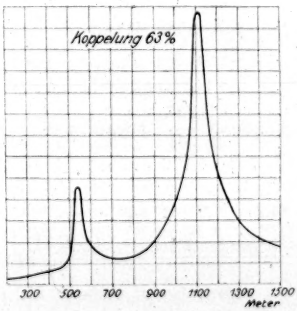


Fig. 6.

kannte Erscheinung zeigt. Entlader der beschriebenen Art besitzen der offenen Luftfunkenstrecke gegenüber den Vorteil, daß man ihre Entladung praktisch geräuschlos machen kann.

S. R. Milner, Die Strom-Potential-Kurven des oszillierenden Funkens.

Zwei hintereinander geschaltete Induktoren wurden mit demselben Quecksilberunterbrecher betrieben. Der eine von ihnen lud eine Batterie Leidener Flaschen und erzeugte den Funken, der andere entlud sich gleichzeitig durch eine Vakuumröhre und lieferte Kathodenstrahlen, die als Indikator für die Kurven dienten. Die Strahlen wurden durch das Magnetfeld des Funkenstroms und durch das elektrische Feld der Funken-Potentialdifferenz in zwei zueinander senkrechten Richtungen abgelenkt. Die oszillatorische Entladung besitzt eine Potentialdifferenz (35 Volt), die für den Bogen während des Hauptteils der einzelnen Schwingung charakteristisch ist, eine Glimmentladung mit einer Potentialdifferenz (300 Volt) tritt aber während einer kurzen Periode auf, wenn der Strom gerade sein Vorzeichen wechselt. Die Kurven bestätigen und erweitern die früheren Beobachtungen von Roschansky[1]) über den Funken. Eine unterscheidende Eigentümlichkeit des oszillierenden Funkens ist vermutlich die verhältnismäßig niedrige Temperatur der jeweiligen Anode, die in ihm herrscht. Diese Ansicht erklärt nicht nur die Glimmentladung in dem Augenblick, wo der Strom gerade sein Vorzeichen wechselt, sondern auch den Umstand, daß die Ausströmungen des Metalldampfes, die man sieht, wenn man das Bild des Funkens in einem rotierenden Spiegel untersucht, unveränderlich mit der jeweiligen Kathode verbunden sind. Die niedrige Temperatur der Anode wird der Wirkung des verschiedenen Durchdringungsvermögens der Korpuskeln und der positiven Ionen zugeschrieben, welche die Anode bzw. die Kathode bombardieren. Die positiven Ionen haben ein geringes Durchdringungsvermögen und verausgaben ihre Energie bei der Erhöhung der Temperatur einer oberflächlichen Schicht der Kathode von nur wenigen Molekülen Dicke. Die Korpuskeln mit ihrem größeren Durchdringungsvermögen dringen bis zu größerer Tiefe in die Anode ein und erzeugen demzufolge eine geringere Temperaturerhöhung der Oberflächenschicht.

W. F. G. Swann, Ein Fall anomaler Leitung in einem festen Isolator.

Die Leitfähigkeit von Paraffin wurde für Potentialgradienten von der Größenordnung 100000 Volt per cm nach einem neuen Verfahren untersucht, und es zeigte sich, daß sie mit der Feldstärke zunahm. Es wurde eine Ebene C zwischen den mit Schutzringen versehenen äußeren Platten A und B und parallel zu ihnen fixiert. C war näher an A als an B. Der Raum zwischen den Platten wurde mit Paraffin ausgefüllt, so daß C völlig darin eingebettet war. A und B waren geerdet, und C wurde durch ein Loch im Paraffin geladen, das dann zugeschmolzen wurde. Die Platten A und B wurden in Intervallen von der Erde abgeschaltet und der Betrag der Änderung ihres Potentials verzeichnet. Trägt man diese Größe als Funktion der Zeit auf, so erhält man zwei Kurven, eine für A, die andere für B. Die einander entsprechenden Ordinaten erwiesen sich

1) Ann. d. Phys. (4) **36**, 281, 1911.

als genau gleich, aber von verschiedenem Vorzeichen. Diese Kurven enthalten Aufschlüsse über diese Abhängigkeit der Stromstärke vom Potentialgradienten.

Wenn

i_a die Stromdichte zwischen B und A,
i_b „ „ „ C und B,
a die Entfernung zwischen C und A,
b „ „ „ C und B

ist, wenn ferner die Stromdichte mit dem Potentialgradienten x durch eine Beziehung von der Form $i = f(x)$ zusammenhängt, so ist:

$$i_a = f\left(\frac{V}{a}\right).$$

$$i_b = f\left(\frac{V}{b}\right).$$

Am Ende einer Zeit δt nach der Abschaltung von A und B von der Erde, ist der Effekt auf das Potential von A und B derselbe, als ob $f\left(\frac{V}{a}\right)\delta t$ Elektrizitätseinheiten in Gestalt einer Schicht von C nach A und $f\left(\frac{V}{b}\right)\delta t$ Einheiten von C nach B überführt worden wären. Wenn eine unendlich dünne Elektrizitätsschicht mit der Oberflächendichte σ über eine Strecke x in einer zu ihrer Ebene senkrechten Richtung bewegt wird, so steigt das Potential aller Punkte in dem Gebiet, auf das sie sich hinbewegt, um den Betrag $\frac{2\pi\sigma}{\varkappa}$, wo $\varkappa$ die spezifische Leitfähigkeit des Mediums ist, und das Potential aller Punkte auf der andern Seite fällt um einen gleichen Betrag. Am Ende einer Zeit δt ist also die Änderung des Potentials von A:

$$dV_a = \frac{2\pi}{\varkappa}\left\{a f\left(\frac{V}{a}\right) - b f\left(\frac{V}{b}\right)\right\}\delta t,$$

so daß

$$\frac{\delta V_a}{\delta t} = \frac{2\pi}{\varkappa}\left\{a f\left(\frac{V}{a}\right) - b f\left(\frac{V}{b}\right)\right\} \qquad (1)$$

wird.

Ähnlich ergibt sich, wenn sich dV_b auf die Platte B bezieht,

$$\frac{\delta V_b}{\delta t} = \frac{2\pi}{\varkappa}\left\{b f\left(\frac{V}{b}\right) - a f\left(\frac{V}{a}\right)\right\} \qquad (2)$$

Die Gleichungen (1) und (2) zeigen, entsprechend dem Versuchsergebnis, daß die Änderungsgeschwindigkeiten des Potentiales der Platten von gleicher Größe aber von entgegengesetztem Vorzeichen sind. Es sei bemerkt, daß die Berücksichtigung der Kapazität des Elektrometers und der Platten nur einen konstanten Faktor auf der rechten Seite von (1) und (2) einführt.

Wie ersichtlich sein wird, sind, wenn das Ohmsche Gesetz erfüllt wird, also $(f)x$ die Form kx hat, wo k eine Konstante ist, $\frac{dV_a}{dt}$ und $\frac{dV_b}{dt}$ beide null. Wenn die Abweichung vom Ohmschen Gesetz derart ist, daß sie einer Abnahme der Leitfähigkeit mit der Feldstärke entspricht, so ist $\frac{dV_a}{dt}$ negativ und $\frac{dV_b}{dt}$ positiv. Das Potential der Platte A würde also tatsächlich sinken, wenn die Elektrizität hindurchginge. Wenn andererseits, wie sich bei dem vorliegenden Versuche ergab, $\frac{dV_a}{dt}$ positiv und $\frac{dV_b}{dt}$ negativ ist, so verlangt die Theorie, daß die Abweichung vom Ohmschen Gesetz derart gewesen sein muß, daß sie einer Zunahme der Leitfähigkeit mit der Feldstärke entsprach.

(Nach dem Manuskript und teilweise nach Korrekturbogen aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 24. September 1912.)

BESPRECHUNGEN.

Eduard Riecke, Lehrbuch der Physik zu eigenem Studium und zum Gebrauche bei Vorlesungen. 2 Bände. 5. Aufl. gr. 8. XVI, 600 u. XII, 775 S. mit 475 u. 333 Fig. Leipzig, Veit & Co. 1912. M. 26.—, gebunden M. 28.—

Die neue Auflage dieses wertvollen, kurzgefaßten Lehrbuches der Physik ist entsprechend den modernen Forschungsergebnissen an verschiedenen Stellen erweitert worden. Es sind ganz neu aufgenommen Abschnitte über den Michelsonschen Versuch, die flüssigen Kristalle, die Brownsche Bewegung, den Nernstschen Wärmesatz, umgearbeitet und erweitert besonders auch der Abschnitt über Radioaktivität.

Die Behandlung des Stoffes in dem vorliegenden Buch kann man — das sei für die, die dasselbe in einer der früheren Auflagen noch nicht kennen lernen konnten, hinzugefügt — etwa so charakterisieren: Ohne weitergehende Benutzung höherer Mathematik wird der wesentliche Inhalt der physikalischen Erkenntnisse dargelegt, indem das Hauptgewicht darauf gelegt ist,

die Grundlagen scharf herauszuschälen, auf denen die modernen Theorien aufgebaut sind, ferner den Gedankengang dieser Theorien einfach und klar wiederzugeben mit möglichster Beschränkung bezüglich der mathematischen Formulierung, aber ohne Scheu vor derselben, endlich die zur Stütze der Theorien ausgeführten Experimente zu beschreiben; infolgedessen sind die Apparate und auch die besprochenen Experimente häufig mehr schematisch behandelt und ist auf die verschiedenen älteren oder modernen Formen der Apparate weniger eingegangen worden. Das Buch ist also denen, die sich mit den Grundlagen der Physik und dem heutigen Stand der physikalischen Forschung bekannt machen wollen und denen es weniger auf die experimentellen Einzelheiten und praktisch physikalische Fragen ankommt, angelegentlichst zu empfehlen. (Vergleiche hierzu die Besprechung der 4. Auflage, welche 1908 erschien, in dieser Zeitschr. 10, 680, 1909 von E. Bose.)

Im besonderen sei noch auf die verhältnismäßig eingehende Behandlung einiger häufig in Lehrbüchern fast ganz übergangener, zum Teil nicht leicht darstellbarer Gebiete hingewiesen, wie z. B. der Kreiselbewegung, der Wirbelbewegung, der Flüssigkeitsströmung, der Molekularerscheinungen von Flüssigkeiten (Oberflächenspannung, Zusammenhang mit der Theorie v. d. Waals), ferner der Gesetzmäßigkeiten der Spektren, der Pyro- und Piezoelektrizität u. a. m. Das Kapitel: Polarisation und Doppelbrechung nimmt 53 Seiten ein; dem Abschnitt: Erscheinungen der elektrischen Entladung und Leitung in Gasen, Radioaktivität (1. Kapitel: Entladung in verdünnten Gasen; Theorie der Elektronen; 2. Kapitel: Leitung in dichten Gasen, Theorie der Ionen; 3. Kapitel: Radioaktivität) sind 135 Seiten, dem Abschnitt: Elektrooptik 55 Seiten eingeräumt worden.

Der 1. Band enthält Mechanik, Molekularerscheinungen und Akustik, Optik; der 2. Band bringt Magnetismus und Elektrizität, Wärme. S. Valentiner.

Paul Drudes Physik des Äthers auf elektromagnetischer Grundlage. 2. Auflage. Neu bearbeitet von W. König. gr. 8. XVI u. 671 S. mit einem Bildnis Paul Drudes und 86 Textabbildungen. Stuttgart, Ferd. Enke. 1912. M. 16.—, gebunden M. 17.40

Drudes prächtiges Buch „Physik des Äthers" ist 1894 erschienen, und war naturgemäß infolge der rapiden Entwicklung der elektromagnetischen Theorie jetzt in wesentlichen Partien veraltet. Ihm selbst war es nicht vergönnt, eine Neubearbeitung vorzunehmen, die in vielen Punkten radikal hätte umändern müssen. Diese schwierige Aufgabe ist seinem Amtsnachfolger in Gießen zugefallen, der sich der im allgemeinen undankbaren und entsagungsvollen Arbeit der Umarbeitung in der vollkommen zutreffenden Überzeugung unterzogen hat, daß ein Buch von der glücklichen Anlage, wie es die Physik des Äthers im Moment ihres Erscheinens war, auch heute noch seine Bedeutung und seinen Wirkungskreis hat. Um es gleich von vornherein zu sagen: die mühevolle Herausgabe der II. Auflage ist von vollem Erfolge gekrönt worden: die zweite Auflage hat einerseits die guten Eigenschaften der ersten beibehalten, vor allem Drudes glückliche Art, Probleme zu formulieren und anzufassen, und ist anderseits trotz aller Pietät gegen das verwaiste Werk ein modernes Buch geworden.

Der größte Fortschritt ist zweifellos der, daß die Elektrostatik an die Spitze gestellt worden ist, dann folgt die Magnetostatik, die, der historischen Entwicklung folgend, an das Feld permanenter Magnete angeschlossen ist, und dann erst folgt der Elektromagnetismus. Was man auch vom Standpunkte der Systematik gegen eine derartige Anordnung sagen mag, darin hat der Herausgeber zweifellos recht, daß der von ihm eingeschlagene Weg der pädagogisch empfehlenswertere ist, und das war bei dem Drudeschen Werke der entscheidende Gesichtspunkt. In den übrigen Kapiteln ist weniger verändert, nur alles nach Möglichkeit auf den neuesten Standpunkt gebracht. So sind relativ ausführlich im Anschluß an Drudes Arbeiten diskutiert die Schwingungen gekoppelter Systeme und auch die neueste Entwicklung der drahtlosen Telegraphie hat ihren Platz gefunden.

Am wenigsten hat mich, was die Modernisierung anlangt, das IX. Kapitel über elektrische Wellen befriedigt; in diesem ist die neuere Literatur ziemlich ungleichmäßig behandelt. Fortgefallen sind endlich die Entwicklungen, die über die reine Maxwellsche Theorie hinausgehen (Dispersion, Absorption usw.), die in der ersten Auflage ziemlich ausführlich behandelt waren. Auch das kann man billigen, da eine Neubearbeitung einen sehr großen Platz beansprucht haben würde, wodurch das Volumen des Bandes übermäßig verstärkt worden wäre.

Der Herausgeber darf mit seiner pietätvollen Arbeit zufrieden sein, und die Fachgenossen, besonders die Studenten, werden es ihm danken.

C. Schaefer.

A. Korn und B. Glatzel, Handbuch der Phototelegraphie und Telautographie. gr. 8. XVI u. 488 S. mit 292 Figuren im Text. Leipzig, Otto Nemnich. 1911. Gebunden M. 28.—

Das Problem der elektrischen Fernübertragung von Handschriften, Zeichnungen und Bildern, das bereits eine große Zahl von Erfindern beschäftigt hat, begegnet neuerdings wieder einem größeren Interesse, nachdem es durch die Arbeiten der Verfasser des vorliegenden Handbuches seiner praktischen Lösung und Verwertung um ein gutes Stück näher gebracht worden ist. Wer mit der Entwicklung dieses Gebietes auch nur einigermaßen vertraut ist, weiß, welche Fülle von Arbeit von jeher auf das Problem verwandt worden ist. Für den Fernerstehenden war es bisher aber sehr mühsam, in dieses Gebiet einzudringen und sich einen Überblick über seinen gegenwärtigen Stand zu verschaffen. Denn die umfangreiche Literatur hierüber findet sich in Patentschriften, Zeitschriftenbänden und Broschüren weit zerstreut; außerdem ist die Mehrzahl der in Frage kommenden Aufsätze wegen ihrer rein beschreibenden Art, die oft nebensächliche Einzelheiten breit auszuspinnen beliebt, nur geeignet, selbst ein großes Interesse erlahmen zu lassen. Es fehlte eben bisher ein Werk, das den Gegenstand von der grundsätzlichen Seite behandelt, und das doch mehr bietet, wie die gangbaren Handbücher der Telegraphie. Diese Lücke wird von dem Korn-Glatzelschen Handbuche der Phototelegraphie und Telautographie ausgefüllt. Es vereinigt die Vorzüge eines systematischen Lehrganges mit denen eines gewissenhaft angelegten Handbuches; es gibt wohl keine wichtige Frage aus dem ganzen Gebiete, für die es nicht eine Antwort, zum mindesten einen Verweis auf die Literatur bereit hielte. Auf Einzelheiten des Inhalts einzugehen, hat natürlich an dieser Stelle wenig Interesse. Auf die buchtechnische Ausstattung des Werkes hat der Verlag viel Sorgfalt verwendet.

K. W. Wagner.

Federigo Enriques, Probleme der Wissenschaft. Übersetzt von Kurt Grelling. 2 Bände. gr. 8. Band I: X u. 258 S., Band II: VI u. 41 S. Leipzig, B. G. Teubner. 1910. Gebunden M. 9.—

Dieses Buch, dessen Anzeige sich infolge widriger Zufälle verzögert hat, gehört in die Klasse der neuerdings so zahlreichen Schriften, in denen das Ganze der Wissenschaft, insbesondere der Naturwissenschaft, von der Warte der Philosophie aus beleuchtet wird. Über die meisten dieser Schriften erhebt sich die vorliegende durch die Eigenheit und Schärfe der Grundfassung und durch die Konsequenz des Aufbaus; am ehesten wäre sie den philosophischen Schriften des kürzlich dahingegangenen Poincaré an die Seite zu stellen.

Die verschiedenen Kapitel des Buches behandeln weit auseinanderliegende Themen, das verknüpfende Band ist die logische und psychologische Entwickelung wissenschaftlicher Erkenntnis, die Brücke zum Detail bilden die zahlreichen Beispiele, die herbeigezogen werden, und deren deduktive Erläuterung versucht wird.

Der erste Band enthält die allgemeine Einleitung, ferner die reinliche Scheidung zwischen Tatsachen und Theorien, endlich die Probleme der Logik, wobei von der reinen zur angewandten Logik und zu ihrer physiologischen Seite fortgeschritten wird. Der zweite Band enthält dann eingehend und in aufsteigender Folge die Geometrie, die Mechanik, die Physik und die Biologie, wobei jede folgende Wissenschaft als Erweiterung der vorhergegangen hingestellt wird: die Mechanik als erweiterte Geometrie, die Physik als erweiterte Mechanik und zuletzt die Biologie als etwas, was sich angeblich auf die Physik, speziell auf die Mechanik aufbauen läßt; freilich kommt die Untersuchung gerade in diesem letzteren Falle zu einem im wesentlichen negativen Ergebnis.

Bei einem Buche von der Art des vorliegenden ist es natürlich verführerisch, zu fragen, in welches der vorhandenen philosophischen Systeme sich die Anschauung des Verfassers einreihen lasse; aber in demselben Maße, wie es verführerisch ist, ist es auch gefährlich. So sehr man sich auch bemühen wollte, die Meinung des Verfassers herauszuschälen, man läuft doch Gefahr, von ihm des Mißverständnisses geziehen zu werden. Im vorliegenden Falle wird die Gefahr gemildert, wenn nicht beseitigt, durch das eigne Eingeständnis des Verfassers, jene Einreihung sei sehr schwierig. Er will seine Richtung zugleich als kritisch und positivistisch charakterisiert wissen, verhehlt sich aber nicht die tiefgehenden Unterschiede, die seine Gedanken von den unter dem Namen des kritischen Positivismus kursierenden trennen. Immerhin wird man, von dem Überblicke aus, den nur der Außenstehende gewinnen kann, sagen dürfen, daß sein Positivismus sehr weit und beispielsweise über den Machschen noch hinausgeht. Alle Begriffe, wie der des Absoluten, des Postulats, des Prinzips usw., werden abgelehnt oder doch so weit analysiert und reduziert, daß schließlich nur noch Annahmen, Induktionen, Assoziationen und Symbole übrigbleiben, und daß die gesamte Wissenschaft zuletzt an einem Circulus vitiosus zugrunde gehen würde, wenn man sich nicht damit beschiede, ihr Wesen in ganz anderem und sehr viel engerem Sinne zu erfassen. Daß damit andererseits die Schärfe und Einwandfreiheit des Systems außerordentlich gewinnt, bedarf keiner weiteren Erläuterung.

Im einzelnen enthält das Buch eine Fülle von anregenden Auseinandersetzungen, und es ist sehr gewinnbringend, sie bei bedächtiger Lektüre in Vergleich zu setzen mit den entsprechenden Betrachtungen anderer moderner Denker, seien es nun Philosophen oder Naturforscher. Es muß genügen, hier einige solche Themen herauszugreifen: das Verhältnis des logischen zum psychologischen, über das bekanntlich zurzeit zwei diametral entgegengesetzte Anschauungen lebhaft miteinander kämpfen; die Ökonomie der Theorien; die Prinzipien der Dynamik und die Möglichkeit einer allgemeinen Verifikation ihrer Konsequenzen; die beiden Formen des Mechanismus: die cartesische und die newtonische (im Zusammenhang damit die Begründung der Raumvorstellung auf Tast- oder Gesichtssinn, und die gegenseitige Durchdringung beider Faktoren); das Verhältnis zwischen Materie, Äther und Energie; die Erklärung physikalischer Erscheinungen durch Gleichungen und Modelle (Bilder); das Leben im Verhältnis zu den beiden Hauptsätzen der Thermodynamik und vieles andere. Felix Auerbach.

G. Hamel, Elementare Mechanik. Ein Lehrbuch. gr. 8. XVII u. 634 S. mit 265 Figuren im Text. Leipzig, B. G. Teubner. 1912. M. 16.—, gebunden M. 18.—

Ein Werk, in dem besonderer Wert auf die Grundlagen und einen strengen Aufbau der Mechanik gelegt wird. Es wird Kritik geübt an den Grundgesetzen der klassischen Mechanik, aber nicht vernichtende, sondern aufbauende. Die alten, ehernen Grundsäulen der Mechanik, die Newton aufgestellt, müssen nicht umgestürzt werden. Es ist nur nötig, das Verhältnis der Mechanik zur Erfahrung ins richtige Licht zu rücken und damit den Grundbegriffen die richtige Bedeutung zuzumessen. „Was die Grundlagen der Mechanik im ganzen angeht, so sind ihre Gesetze zu einem großen Teil Formen, deren Auffindung vielleicht durch die Erfahrung angeregt ist, die aber trotzdem, ebenso wie die Grundsätze der Mathematik und der Geometrie, apriorisch sind, d. h. vor aller Erfahrung bestehen und nur ihren Inhalt durch die Erfahrung erhalten." Damit kennzeichnet der Verfasser seinen Standpunkt. Von diesem aus hat der Kraftbegriff seine volle Daseinsberechtigung. Kraft ist wie Raum und Zeit eine apriorische Form (vgl. des Verfassers Aufsatz: „Über Raum, Zeit und Kraft als apriorische Formen der Mechanik", Jahresbericht der deutschen Mathematikervereinigung 1909, wo für die Kraft diese Form aus allgemeinen Prinzipien abgeleitet wird). Die Beziehung zwischen den Grundbegriffen gibt das Newtonsche Gesetz, das bisher stets dazu ausreichte, die Erfahrungstatsachen bequem zu beschreiben. Die Kraftgesetze für die einzelnen Klassen von Bewegungserscheinungen gibt nur die Erfahrung. Darin ist, im Gegensatz zur Geometrie, die Mechanik Erfahrungswissenschaft. Neben dem Begriff der Kraft behält der Verfasser noch den Begriff der Ursache bei als den „Inbegriff aller Merkmale, auf Grund deren wir imstande sind, das Vorhandensein einer Kraft zu behaupten".

Die Definition der Grundbegriffe in ihren Beziehungen zueinander geschieht in den Axiomen, auf denen logisch das Lehrgebäude der Mechanik errichtet wird. Dabei unterscheidet sich des Verfassers Vorgehen von dem üblichen. In der Erwägung, daß das Ziel der Mechanik eine allgemeine Mechanik ist, die imstande sein muß, sich mit kontinuierlichen Systemen zu befassen, geht der Verfasser nicht von der Mechanik des Punktes aus, sondern von der des Volumelementes. Aus diesem Grund ist es von vornherein nötig, zwei Arten von Kräften zu unterscheiden: Flächenkräfte (Spannungen) und Volumkräfte (Fernkräfte). Axiom I und II handeln von

Raum und Zeit und von der Masse, III handelt von den Spannungen (deren Begriff durch unsere Erfahrung — Muskelsinn — angeregt wird), IV von den Volumkräften. Sodann wird in Axiom V die gegenseitige Beziehung dieser Begriffe, das Newtonsche Grundgesetz festgelegt, das das Trägheitsgesetz und das Gesetz vom Parallelogramm der Kräfte in sich begreift. Beim strengen Übergang von der Mechanik des Volumelements zur allgemeinen Mechanik ist der Schwerpunktssatz ohne weiteres zu gewinnen, dagegen der Flächensatz nur mit Hilfe eines neuen Axioms (IX), dem der Symmetrie der Spannungsdyade. Für den starren Körper ist es nötig, eine weitere Unterscheidung von Kräften zu treffen: es gibt eingeprägte Kräfte und Reaktionskräfte (Axiom VI). Die inneren Spannungen im starren Körper sind Reaktionskräfte, also unbekannt; es ist daher für die Statik starrer Körper zweckmäßig, nicht aufs Volumelement zurückzugehen, nur die Axiome I bis IV und VI beizubehalten und dafür zwei neue Axiome aufzustellen, auf Grund deren das Gleichgewicht von Kraftsystemen am starren Körper untersucht werden kann (Axiomgruppe VII) und das Gleichgewicht von Systemen auf das Gleichgewicht einzelner herausgeschnittener Teile zurückgeführt wird (Erstarrungsprinzip — Axiom VIII). Das Prinzip von Wirkung und Gegenwirkung ist für den Standpunkt des Verfassers nur in der Form nötig, daß für jede Spannung eine ihr gleiche, entgegengesetzt gerichtete existiert; so folgt das Prinzip aus Axiom V und für die Statik aus Axiom VIII. Vom d'Alembertschen Prinzip, das einen weiteren axiomatischen Bestandteil enthält („Grundlagen der Mechanik", Math. Annalen 66), wird kaum Gebrauch gemacht. Das Prinzip der virtuellen Arbeiten (genauer das Prinzip von Lagrange) wird nicht auf die Statik angewandt; von ihm ausgehend werden (als Abschluß der Mechanik starrer Systeme) die analytischen Methoden der Mechanik entwickelt und die Gleichungen von Lagrange abgeleitet. Integralprinzipien sind in das Buch nicht aufgenommen.

Der erste Abschnitt des Buches enthält die Begründung des Kraftbegriffes, die sonst unter dem Namen Punktmechanik behandelten Probleme, ein Kapitel über Energie und Arbeit und die Elemente der Himmelsmechanik. Im zweiten Abschnitt folgt die Statik, und zwar die Statik des starren Körpers (Theorie und Anwendungen) und die Statik der Systeme. In der letzteren wird die Statik der Träger, die Theorie der statisch bestimmten, ebenen Fachwerke, etwas aus der Gewölbetheorie und endlich die Statik von Faden und Seil behandelt. Dabei wird der Leser auch in die Methoden der graphischen Statik eingeführt. Zu erwähnen ist insbesondere eine dem Verfasser eigene Theorie des steifen Seils. Der dritte Abschnitt enthält die Grundlagen einer allgemeinen Mechanik, die ebene und räumliche Bewegung des starren Körpers (Trägheitsmoment, geometrische Kinematik, Kreiseltheorie, Energie und Arbeit, Relativbewegung, Stoß). Es folgt die Kinetik der Systeme, die aus einer endlichen Anzahl starrer Körper bestehen (synthetische Methode — Kurbelgetriebe; analytische Methoden: Prinzip der virtuellen Arbeiten, allgemeiner Energiesatz, Lagranges Gleichungen und als Anwendungen kleine Schwingungen mit zwei Freiheitsgraden) und sodann eine Einleitung in die Kinetik deformierbarer Systeme: die Kinetik des Fadens, der einige mathematische Ausführungen über lineare Differential- und Integralgleichungen beigefügt sind, und ein Aufsatz des Verfassers über Statik und Kinetik isotroper homogener Medien, in dem die Beziehungen zwischen den inneren Spannungen und der inneren Energie bei endlichen Deformationen entwickelt werden.

Die mathematische Form der Darstellung ist durchaus die vektorielle; in einem Anhang wird eine Skizze der Vektorrechnung entworfen.

Das Buch ist aus den Vorlesungen des Verfassers an der Technischen Hochschule zu Brünn hervorgegangen. Die Beispiele zur Anwendung der Gesetze sind daher vor allem technischen Problemen entnommen; auch die schöne Sammlung von Aufgaben, denen am Schluß des Buches die Lösung beigegeben ist, behandelt großenteils Fragen der Technik.

Hervorzuheben sind noch die gründlichen, ausführlichen Literaturangaben für sämtliche Spezialteile der Mechanik.

Das schöne Werk, das wirklich ein neues Buch der Mechanik darstellt, wird sicherlich jedem, der die Mechanik nicht oberflächlich treiben und neben strenger und dabei klarer mathematischer Darstellung Fühlung mit technischen Problemen gewinnen will, willkommen sein, dem Techniker und Physiker sowohl wie dem Mathematiker. O. Göhner.

A. Gleichen, Die Theorie der modernen optischen Instrumente. Lex.-8. X u. 332 S. mit 260 Figuren und 109 gelösten Aufgaben. Stuttgart, F. Enke. 1911. Preis geheftet M. 10.80, gebunden M. 12.—

Verfasser will in diesem „Hilfs- und Übungsbuch" vor allem für die Physiker und Konstrukteure optischer Werkstätten, sowie für Ingenieure im Dienste des Heeres und der Marine die wichtigsten Neukonstruktionen im Zusammenhange darstellen, die im letzten Jahrzehnt in Deutschland entstanden sind. Da er von den optischen Werkstätten bei seinem Vorhaben offenbar freundliche Unterstützung erfahren hat, hält das Buch das, was der Verfasser im Vorworte verspricht; Apparate von rein physikalischem Interesse, wie Spektral-, Polarisations- und Interferenzapparate, sind nicht behandelt. Die einleitenden Kapitel über Abbildung durch zentrierte Systeme, den Konvergenzbegriff (Gullstrand), Strahlenbegrenzung, und die allgemeine Theorie der optischen Instrumente schaffen dank der Beifügung ausgeführter Beispiele eine gute Grundlage für das Verständnis des Hauptteiles. Dieser gibt ausführliche, durch gute Abbildungen und durch Konstruktionsdaten erläuterte Beschreibungen einer sehr mannigfaltigen Schar neuer Modelle von Lupen, Fernrohren, Entfernungsmessern, Zystoskopen, Mikroskopen, photographischen Objektiven, Fernrohrbrillen, Augenspiegeln und der Anwendungen nichtsphärischer Systeme. Der Leser erhält so einen trefflichen Überblick über die vielgestaltigen Erzeugnisse der optischen Industrie. F. Löwe.

A. Lippmann, Einführung in die Aeronautik. I. Teil. Theoretische Grundlagen. Elementare Vorträge. gr. 8. XVIII u. 252 S. mit 102 Abbildungen im Text und 1 Tafel. Leipzig, Veit & Comp. 1911. M. 7.—, gebunden M. 8.—

Das vorliegende Buch gehört nicht eigentlich zu den sogenannten „populären" Schriften über Luftfahrt, wie solche in den letzten Jahren in großer Zahl entstanden sind. Es will dem gebildeten Laien nicht bloß die wesentlichen Gesetze der Aeromechanik in verständlicher Form nahe bringen, sondern ihn auch vertraut machen mit den Methoden und Zielen der neueren wissenschaftlichen Arbeiten auf diesem Gebiete. Was in diesem Sinne an zusammenfassenden Darstellungen in den

Fachschriften (besonders in der Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt) niedergelegt ist, die Arbeiten von Prandtl, Finsterwalder u. a., werden in übersichtlicher Weise wiedergegeben und durch geschickte Anordnung des Stoffes dem Leser, der nicht die Literatur verfolgen kann, auch der Bedeutung nach nahe gebracht. Um aber auch für das Verständnis anderer mit der Luftfahrt verbundener Probleme (z. B. der Stabilisierungsfragen) vorzubereiten, hat der Verfasser eine Art Repetitorium aus der Mechanik vorangeschickt, das in faßlicher Weise, ohne sich allzusehr in Einzelheiten zu verlieren, die für den Gegenstand wichtigsten Lehren wiedergibt. Angenehm aufgefallen ist dabei dem Referenten die anschauliche Art der ausgewählten Beispiele und das Bestreben, manche viel verbreitete Irrtümer, falsch verstandene Schlagworte zu bekämpfen. — Ein zweiter Hauptteil des Buches beschäftigt sich mit der Physik der Atmosphäre und gibt einen guten Überblick über das weite Gebiet der Meteorologie einschließlich der optischen und elektrischen Erscheinungen im Luftraum. Besonders die Behandlung der letzteren verdient mit Rücksicht auf beklagenswerte Unglücksfälle (z. B. Echterdingen!) der vergangenen Jahre, die einzeln besprochen werden, Beachtung. Weiterhin ist aber für den Luftfahrer die gründliche Vertrautheit mit den meteorologischen Elementen und das Verständnis der Wetterkarten von größter Bedeutung. Dementsprechend wird auch dieser Gegenstand in dem Buche behandelt und an Beispielen von Wetterkarten erörtert. Leider wird dabei nur eine besondere Wetterlage (im Winter) in ihrer Entwicklung in Betracht gezogen, und der Referent vermißt ein Beispiel einer sommerlichen Wetterlage mit Andeutungen von Gewittergefahr sowie eine nähere Darstellung der Böen und Gewitter und der Vorhersage ihres Verlaufes, was doch insbesondere für Freiballonfahrten eine der wichtigsten Fragen ist. Der letzte Teil des Buches ist der Aerodynamik im engeren Sinne gewidmet und bespricht in enger Anlehnung an die schon erwähnten Aufsätze von Prandtl, Finsterwalder sowie an das bekannte Lanchestersche Buch die Theorie der idealen Flüssigkeit, Wirbel, Unstetigkeitsflächen und die Prandtlsche Ablösungstheorie. Es werden weiter die Widerstandsversuche an Ballonmodellen von Prandtl wiedergegeben. Weitere Abschnitte beziehen sich auf das Wesen der aerodynamischen Tragkraft und verschiedene Methoden zu ihrer Erzeugung sowie den Vogelflug. Elementar, aber durch Vergleich mit der rauhen schiefen Ebene recht anschaulich wird die Wirkung der Drachenfläche besprochen, woran sich im Anschluß an Bendemanns und Finsterwalders Arbeiten eine kurze Erörterung der Luftschrauben schließt.

Auch die neuesten Forschungen über die Natur der Strömung um ein Hindernis (Platte) finden durch Mitteilung der Ergebnisse von Kuttas Kreisströmungstheorie sowie der verschiedenen Beobachtungen an gekrümmten Flächen (Lilienthal, Lanchester, Wegner) ihren Platz in dem Buche, das zum Schluß noch über aerodynamische Modellversuche im allgemeinen und die Versuchseinrichtungen von Prandtl und Eiffel im besonderen berichtet. Da bei dieser Gelegenheit die Modellregeln besprochen werden, hätte wohl auch die Reynoldsche Ähnlichkeitsregel erwähnt werden müssen, die theoretisch wenigstens für Modelle von Luftschiffen gilt, bei denen hauptsächlich Trägheit und Reibung in Betracht kommen.

Wenn auch die einzelnen Abschnitte des letzten Teiles (Aerodynamik) etwas enzyklopädisch kurz behandelt sind, so geben doch die überall deutlich ersichtlichen Quellenhinweise dem Leser, der sich eingehender mit der Sache beschäftigen will, die Möglichkeit dazu. — Der stellenweise sehr enge Anschluß an die in dieser Besprechung erwähnten Schriften ist darum auch nicht als Mangel des Buches anzusehen; schließlich ist schon durch die übersichtliche Zusammenstellung des vorhandenen Materials ein dankenswertes Werk geschaffen worden. Man darf dem Erscheinen des zweiten Teiles mit Interesse entgegensehen. A. Pröll.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Göttingen Dr. Ludwig Geiger und Dr. Max Reich für Physik.

Ernannt: Dr. Benjamin Boss zum Direktor des Dudley-Observatoriums in Albany, Direktor Fritz Süchting in Bremen zum ord. Professor für Maschinenbau und Elektrotechnik an der Bergakademie in Clausthal, Dr. E. P. R. Duval zum a. o. Professor der Mathematik an der Universität von Kansas in Lawrence, Dr. W. D. Evans zum Dozenten der Mathematik an der Universität Manchester, Dr. G. C. Evans zum a. o. Professor der Mathematik am Rice Institute zu Houston (Texas), Prof. E. O. Lovell zum ord. Professor der Mathematik am Rice Institute in Houston.

Verliehen: Dem Privatdozenten für Physik an der Universität Breslau Dr. Erich Waetzmann der Titel Professor.

Neuer Lehrauftrag: An der Universität Göttingen Prof. Dr. A. Coehn für Photochemie und Prof. Dr. W. Borsche für chemische Technologie.

Gestorben: Der emeritierte Professor der Chemie an der Universität von Wisconsin Dr. William Willard Daniells, der Präsident der Société mathématique de France Professor Dr. Lucien Lévy in Paris.

Angebote.

Bei dem **Geophysikalischen Observatorium der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen in Apia (Samoa-Inseln)** sind demnächst die Stellungen eines **Leiters** desselben und eines **wissenschaftlichen Assistenten** zu besetzen.

Für beide Posten werden in erster Linie wissenschaftlich durchgebildete Physiker gesucht, die mit geophysikalischen Fragen (Seismik, Erdmagnetismus, Luftelektrizität usw.) soweit vertraut sind, daß sie glauben, sich für die speziell in Frage kommenden Aufgaben im Laufe einer Vorbereitungszeit von einigen Monaten einarbeiten zu können. Der späteste Termin der Eintrittszeit in die Dienste der Kgl. Gesellschaft ist für den Leiter der 1. April 1913, für den Assistenten der 1. Juli 1913. Sowohl Leiter als Assistent müssen sich verpflichten, drei Jahre die betreffenden Ämter an Ort und Stelle zu verwalten. Über die näheren Bedingungen (freie Aus- und Heimreise, freie Wohnung in Apia, das monatliche Gehalt usw.) wird der Unterzeichnete bereitwilligst Auskunft geben. Bewerber wollen sich unter Angabe ihrer Personalien und ihres Studiengangs, ihrer Militärverhältnisse und unter Vorlegung eines Gesundheitsattestes für den Aufenthalt in den Tropen möglichst bald bei dem Unterzeichneten melden.

Göttingen, November 1912.

Das Kuratorium des Samoa-Observatoriums
Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. **H. Wagner.**

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

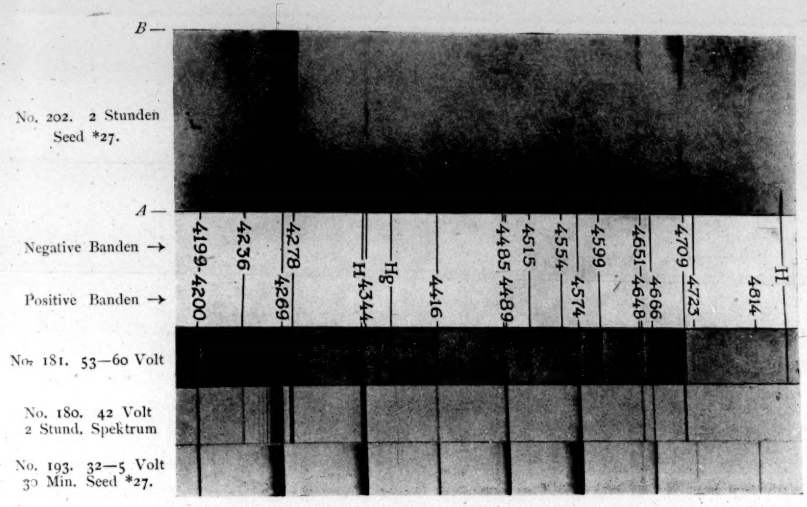


Fig. 2. Luft.

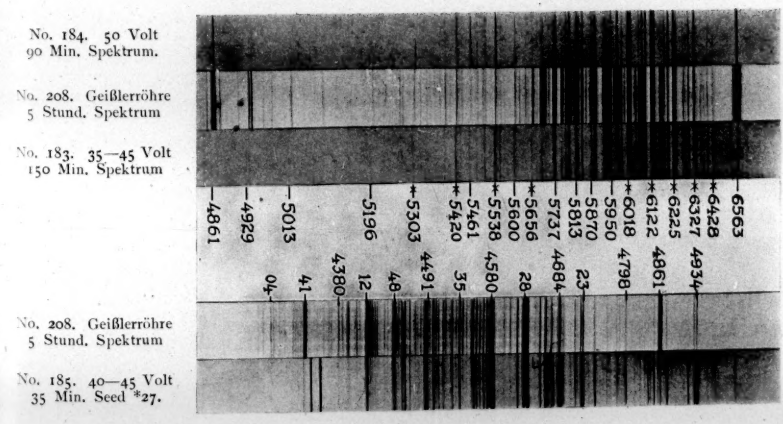


Fig. 3. *H.*